Прямая линия на плоскости

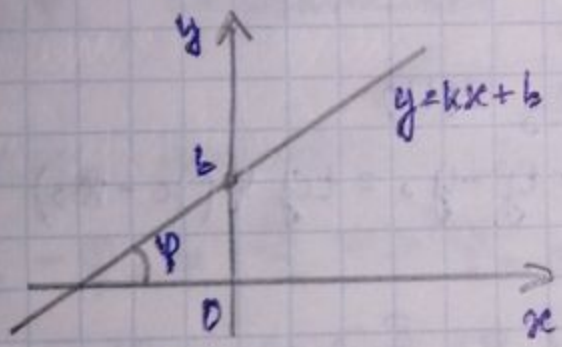
$Ax + By + C = 0$ – общее ур-е прям на плоск, где A, B, C – каких. числа.

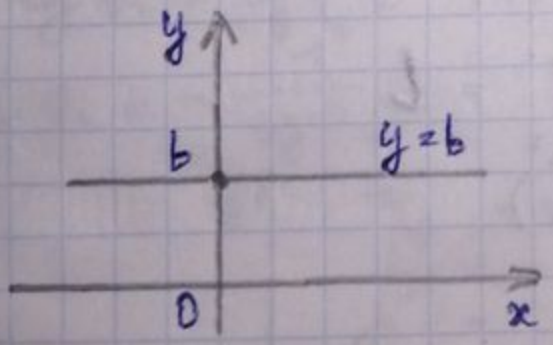
Пусть $B \neq 0$. Разрешив уравнение относительно y, получим: $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$. $k = -\frac{A}{B}$, $b = -\frac{C}{B}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{y = kx + b}$ – ур-е прямой линии с угл. коэф.

$k = \operatorname{tg}\varphi$, где φ – угол наклона прямой к положе. направлению оси Ox.

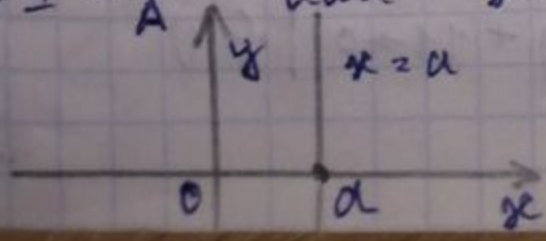
Если $A = 0$ $(k = 0)$, ур-е принимает вид $y = b$





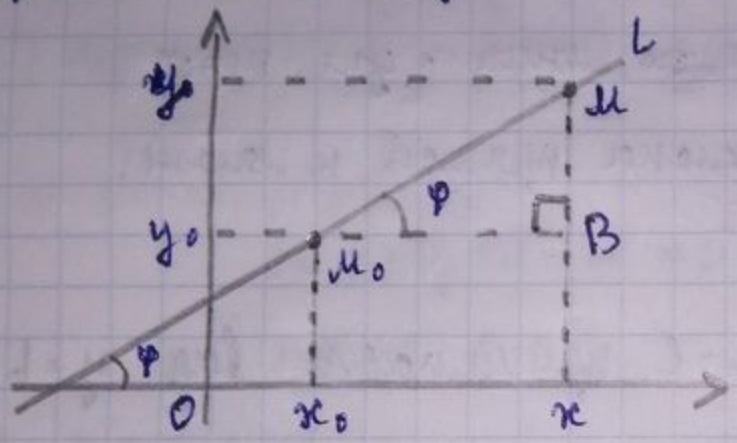
Если $B = 0$, то ур-е примет вид $Ax + C = 0$

$x = -\frac{C}{A}$ или $x = a$, где $a = -\frac{C}{A}$



Пусть прямая линия l проходит через заданную точку $M_0(x_0; y_0)$ с заданным угловым коэффициентом k.

Рассмотрим произвольную точку прямой $M(x; y)$



Из $\triangle M_0BM$ следует, что

$$tg\,\varphi = \frac{|BM|}{|BM_0|} = \frac{y-y_0}{x-x_0} \Rightarrow y - y_0 = tg\,\varphi(x - x_0)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$A(2; 3)$, $B(-1; 4)$ — l

$A(\overset{x_1}{2}; \overset{y_1}{3})$ и $B(\overset{x_2}{-1}; \overset{y_2}{4})$

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$l: \frac{y-3}{4-3} = \frac{x-2}{-1-2} \Rightarrow \frac{y-3}{1} = \frac{x-2}{-3} \Rightarrow -3(y-3) = x-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3y + 9 = x - 2 \Rightarrow -x - 3y + 11 = 0 \quad | \cdot(-1)$$

$$l: x + 3y - 11 = 0$$

Угол между прямыми.

$L_1: y = k_1 x + b_1$; $L_2: y = k_2 x + b_2$

φ - угол между прямыми, тогда $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\varphi_1}{1 + \operatorname{tg}\varphi_2 \cdot \operatorname{tg}\varphi_1}.$$

$\operatorname{tg}\varphi_2 = k_2$, $\operatorname{tg}\varphi_1 = k_1$, получим:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 \cdot k_1}$$

Если прямые параллельны, то $\varphi_2 = \varphi_1 \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi_2 = \operatorname{tg}\varphi_1$, следовательно $\boxed{k_2 = k_1}$ - условие параллельности 2-х прямых.

Если прямые $\perp$, то

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi_2 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_1\right) = -\operatorname{ctg}\varphi_1 = \frac{-1}{\operatorname{tg}\varphi_1}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = -\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi_1} \Rightarrow \boxed{k_2 = -\frac{1}{k_1}}$$ - условие $\perp$ 2-х прямых.

