Удинцова Надежда Михайловна
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика и биоинформатика»
Азово-Черноморского инженерного института –
филиала ФБОУ ВО «Донской государственный аграрный институт», г. Зерноград, Россия
udinczowa@yandex.ru

Серёгина Виктория Викторовна
Кандидат социологических наук, доцент кафедры «Математика и биоинформатика»
Азово-Черноморского инженерного института –
филиала ФБОУ ВО «Донской государственный аграрный институт», г. Зерноград, Россия
vic.victora@yandex.ru

Середина Марина Николаевна
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика и биоинформатика»,
Азово-Черноморского инженерного института –
филиала ФБОУ ВО «Донской государственный аграрный институт», г. Зерноград, Россия
smn1472@yandex.ru

Жидченко Татьяна Викторовна
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика и биоинформатика»
Азово-Черноморского инженерного института –
филиала ФБОУ ВО «Донской государственный аграрный институт», г. Зерноград, Россия
tvzh@inbox.ru

Федоренко Анастасия Андреевна
Студент Азово-Черноморского инженерного института –
филиала ФБОУ ВО «Донской государственный аграрный институт», г. Зерноград, Россия
anastasia_fedorenkooo27@mail.ru

Линейное программирование в решениях инженерных задач агропромышленного комплекса

Аннотация. Методы линейного программирования разработаны для проблем оптимизации, затрагивающих линейные функции пригодности или расходов с линейными ограничениями параметров или входных переменных. В данной работе представлен анализ задач линейного программирования, классификация данных задач по методам их решения, описание алгоритмов их решения, а также практические примеры применения для решения инженерных задач планирования агропромышленного комплекса.
Ключевые слова: линейное программирование, АПК, методы решения.

Udintsova Nadezhda M.
Seregina Victoriya V.
Seredina Marina N.
Zhidchenko Tatiana V.
Fedorenko Anastasia A

Linear programming in engineering solutions agro-industrial complex

Abstract. Linear programming methods are designed for problems optimizations involving linear fitness functions or expenses with linear constraints on parameters or inputs variables. This paper presents a fairly complete analysis of the tasks. linear programming, classification of these problems according to their solution methods, description of their algorithms solutions, as well as practical examples of their application for solving planning problems.
Key words: linear programming, agricultural complex, solution methods.

Линейное программирование − раздел математического программирования, применяемый при разработке методов отыскания экстремума (максимума или минимума) линейных функций нескольких переменных при линейных ограничениях, наложенных на переменные [1]. Это мощнейший инструмент оптимизации в агропромышленном комплексе. Методы линейного программирования позволяют находить наилучшие решения при ограниченных ресурсах (земля, техника, корма, финансы, труд), минимизируя затраты или максимизируя прибыль [1–4]. В агропромышленном комплексе методы линейного программирования позволяют количественно обосновать управленческие решения и повысить экономическую эффективность производства.

Можно выделить ключевые области применения линейного программирования в задачах агроинженерии:

1. Растениеводство и землеустройство:

• оптимизация структуры посевных площадей с учётом плодородия и севооборотов;

• распределение удобрений и СЗР по полям;

• планирование орошения при лимитированном водоснабжении;

• расчёт оптимальных сроков агротехнических операций.

2. Животноводство и кормопроизводство:

• составление экономически оптимальных рационов с соблюдением норм питания;

• планирование воспроизводства и откорма поголовья;

• оптимизация загрузки животноводческих комплексов.

3. Переработка и хранение:

• распределение сырья между технологическими линиями;

• минимизация потерь при хранении и транспортировке;

• оптимизация графиков работы оборудования.

При решении инженерных задач агропромышленного комплекса методами линейного программирования определяют переменные, ограничения и функцию цели.

Оптимизация структуры посевных площадей:

• Цель: максимизация прибыли или валового сбора при ограничениях по площади, севообороту, трудоресурсам.

• Переменные: площади под культуры (x_1 ,x_2 ,…,x_n).

• Ограничения: общая площадь, минимальные/максимальные доли культур, требования к предшественникам.

• Целевая функция: $F=\sum c_i x_i \rightarrow max$, где c_i – маржинальная прибыль с 1 га культуры i.

Составление кормовых рационов:

• Цель: минимизация стоимости корма при соблюдении норм попротеину, клетчатке, энергии.

• Переменные: количество компонентов рациона (x_1 ,x_2 ,…,x_n).

• Ограничения: минимальные/максимальные уровни питательных веществ, доступность ингредиентов.

• Целевая функция: $F=\sum p_i x_i \rightarrow min$, где p_i – цена компонента i.

Распределение техники и ГСМ:

• Цель: минимизация затрат на топливо и амортизацию при выполнении операций в требуемые сроки.

• Переменные: часы работы машин разных типов.

• Ограничения: объёмы работ, доступность техники, сроки проведения операций.

• Целевая функция: суммарные эксплуатационные затраты.

Логистика перевозок сельхозпродукции:

• Цель: минимизация транспортных издержек при доставке урожая на склады/перерабатывающие предприятия.

• Модель: транспортная задача линейного программирования.

• Переменные: объёмы перевозок между пунктами.

• Ограничения: запасы у поставщиков, потребности потребителей, пропускная способность дорог.

Планирование внесения удобрений:

• Цель: максимизация прибавки урожая при ограниченных бюджетах на химикаты.

• Переменные: дозы удобрений по полям.

• Ограничения: предельно допустимые концентрации, бюджет, агрохимические рекомендации.

• Целевая функция: прирост урожайности или прибыли.

Оптимизация загрузки перерабатывающих мощностей:

• Цель: максимизация использования оборудования при соблюдении сроков переработки.

• Переменные: объёмы сырья, направляемого на разные линии.

• Ограничения: производительность линий, сроки хранения сырья.

В агропромышленном комплексе применяются как универсальные, так и специализированные методы линейного программирования [1-4], выбор которых зависит от типа задачи и требуемой точности. К универсальным методам, применимым к любым задачам линейного программирования, относятся симплекс-метод и метод внутренних точек.

Симплекс-метод:

• Суть: последовательный перебор угловых точек многогранника допустимых решений.

• Плюсы: гарантированная сходимость к оптимуму, отработанный алгоритм.

• Минусы: высокая вычислительная сложность для больших задач.

• Применение в АПК: оптимизация структуры посевов, кормовых рационов, загрузки перерабатывающих мощностей.

Метод внутренних точек:

• Суть: движение по внутренней области допустимого множества к оптимуму.

• Плюсы: эффективная работа с крупномасштабными задачами.

• Минусы: требует хорошего начального приближения.

• Применение: логистические задачи с сотнями переменных.

Существуют также специализированные методы, применимые для определённых классов задач.

Метод потенциалов (для транспортных задач):

• Суть: использование потенциалов поставщиков и потребителей для проверки оптимальности плана перевозок.

• Применение: распределение урожая по складам/перерабатывающим предприятиям, доставка кормов на фермы.

Венгерский метод (для задач о назначениях):

• Суть: поиск оптимального соответствия «работники ↔ задачи» или «техника ↔ поля».

• Плюсы: полиномиальная сложность, точность.

• Применение: распределение механизаторов по агрегатам, закрепление техники за полями.

Метод аппроксимации Фогеля (для транспортных задач):

• Суть: построение опорного плана с учётом штрафных санкций за «невыбор» оптимального маршрута.

• Плюсы: близкий к оптимальному начальный план.

• Применение: предварительное планирование грузопотоков в холдингах.

Дельта-метод:

• Суть: итеративная корректировка плана на основе анализа приращений целевой функции.

• Применение: задачи с целочисленными переменными, например, количество машин.

Также применяют эвристические и приближённые методы.

Индексный метод:

• Суть: ранжирование вариантов по «индексу эффективности» и последовательный выбор лучших.

• Плюсы: простота, скорость.

• Минусы: не гарантирует глобальный оптимум.

• Применение: оперативное планирование полевых работ при нехватке времени.

Генетические алгоритмы:

• Суть: имитация эволюции: скрещивание, мутация, отбор лучших решений.

• Плюсы: работа с нелинейностями и дискретными переменными.

• Минусы: стохастичность, необходимость настройки параметров.

• Применение: многокритериальная оптимизация (урожайность + экология + затраты).

Метод имитации отжига:

• Суть: вероятностный поиск с постепенным «охлаждением» системы.

• Применение: задачи с множеством локальных оптимумов, например, размещение складов.

Для решения задач линейного программирования могут быть использованы следующие программные инструменты:

Excel Solver:

• Для кого: агрономы, менеджеры среднего звена.

• Плюсы: доступность, визуализация.

• Минусы: ограничение по числу переменных.

Python (библиотеки SciPy, PuLP, Pyomo):

• Для кого: инженеры, аналитики.

• Плюсы: гибкость, интеграция с БД.

• Пример: автоматизация расчёта кормовых рационов.

Специализированные пакеты (Gurobi, CPLEX, Lindo):

• Для кого: крупные агрохолдинги, НИИ.

• Плюсы: высокая скорость, поддержка больших моделей.

• Минусы: стоимость лицензий.

R (пакет lpSolve):

• Для кого: статистики, исследователи.

• Плюсы: анализ чувствительности, сценарное моделирование.

При этом для малых задач (≤ 50 переменных) лучше использовать симплекс-метод (Excel Solver) и графический метод (для 2–3 переменных); для транспортных задач: метод потенциалов; аппроксимация Фогеля; для задач о назначениях: венгерский метод. Для крупномасштабных задач (1000+ переменных) рекомендуется применять метод внутренних точек (Gurobi/CPLEX); генетические алгоритмы (при нелинейностях); при неопределённости данных: стохастическое программирование, а также сценарный анализ в Python/R.10. Для примера рассмотрим задачу распределения 10 комбайнов по 15 полям с минимизацией холостых пробегов.

• Тип: задача о назначениях.

• Метод: венгерский алгоритм (гарантирует оптимум за полиномиальное время).

• Инструмент: Pythonnment).

Применение методов линейного программирования для решения задач агропромышленного комплекса дает следующие положительные результаты [1–5]:

• Экономический эффект: снижение затрат на 10–25% за счёт оптимального распределения ресурсов.

• Прогнозируемость: анализ «что если» для разных сценариев (погода, цены).

• Обоснованность решений: количественная аргументация вместо интуитивных решений.

• Масштабируемость: от фермерского хозяйства до агрохолдинга.

Таким образом, линейное программирование – ключевой инструмент инженерного анализа в агропромышленном комплексе. Оно позволяет формализовать сложные, много ресурсные задачи; находить глобально оптимальные решения; количественно оценивать эффекты управленческих решений.

Для их внедрения достаточно чётко сформулировать цель и ограничения; собрать достоверные данные по нормативам и ресурсам; использовать доступные программные средства для расчётов.

Литература и источники

1. Математическое программирование: теория и методы: учебное пособие / Н.В. Гредасова, А. Н. Сесекин, А.Ф. Шориков, М.А. Плескунов. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2020. – 200 с.

2. Коптева Н.А., Удинцова Н.М. Дополнительные главы математики: в 2 ч. Ч. 2: практикум. – Зерноград: АЧИИ, 2018. – 145 с.

3. Енборисова Т. Д. Максимов В.С. Методы линейного программирования в решении задач планирования // XXVII междунар. конкурс науч.-исслед. и творч. работ учащихся «Старт в науке». – URL: https://school-science.ru/24/7/61086.

4. Шамсутдинова Т.М. Использование методов линейного программирования при планировании деятельности предприятий АПК // Повышение эффективности и устойчивости развития агропромышленного комплекса: мат. всерос. науч.-практ. конф. – Уфа: БГАУ, 2005. С. – 282-283.

5. Удинцова Н.М., Жидченко Т.В., Серегина В.В., Середина М.Н., Украинцев М.М. Прогнозирование средней урожайности зерновых культур методами парной и множественной регрессии и корреляции // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2025. – № 210. – С. 412-421.