МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО Донской ГАУ)

АЗОВО-ЧЕРНОМОРСКИЙ ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ – ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» В Г. ЗЕРНОГРАДЕ
(Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ)

Кафедра «Техническая
механика и физика»

А.В. Снежко, А.Ф. Бутенко

ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Краткий курс лекций для бакалавров

Учебное пособие

Зерноград – 2024

УДК 531.8 (075.8)

Печатается по решению методического совета
инженерно-технологического факультета
Азово-Черноморского инженерного института – филиала
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Донской государственный аграрный университет»
в г. Зернограде

Рецензенты:
д-р техн. наук, профессор ***Несмиян А.Ю.,***
д-р техн. наук, доцент ***Суханова М.В.***

Снежко А.В. Теория машин и механизмов. Краткий курс лекций для бакалавров: учебное пособие / А.В. Снежко, А.Ф. Бутенко – Зерноград: Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ, 2024. – 101 с.

В кратком курсе лекций изложены основные теоретические положения разделов «Структура механизмов», «Кинематика плоских рычажных, зубчатых, кулачковых механизмов», «Динамика машин».

Пособие предназначено, прежде всего, для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 35.03.06 Агроинженерия.

Теоретический материал разбит на 9 лекций, что соответствует учебным планам и рабочим программам дисциплины «Теория машин и механизмов» у профилей «Технические системы в агробизнесе», «Технический сервис в АПК», «Техническая эксплуатация транспортных средств», «Экономика и управление производством».

Предлагаемый курс лекций призван помочь студентам освоить теоретические основы дисциплины. Может служить справочным материалом при подготовке к экзаменам. Также пособие будет полезно для студентов, обучающихся по другим направлениям подготовки бакалавров и специалистов: 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры
«Техническая механика и физика».
Протокол № 2 от 15 сентября 2023 г.

Рассмотрено и одобрено методической комиссией
инженерно-технологического факультета.
Протокол № 2 от 12 октября 2023 г.

© Снежко А.В., Бутенко А.Ф., 2024
© Азово-Черноморский инженерный
институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ, 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ЛЕКЦИЯ № 1

Введение в курс теории машин и механизмов ……6

ЧАСТЬ I. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

1.1. Основные понятия и определения ТММ……6
1.2. Условные обозначения и изображения кинематических цепей.……11
1.3. Степень подвижности плоской кинематической цепи. Структурная формула П.Л. Чебышева…….....12
1.4. Избыточные связи и лишние степени свободы.……..13
1.5. Принцип образования плоских рычажных механизмов.……14
1.6. Замена высших кинематических пар в плоских механизмах.……16
1.7. Структурный анализ плоских механизмов……..18

ЛЕКЦИЯ № 2

ЧАСТЬ II. КИНЕМАТИКА МЕХАНИЗМОВ

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Цели и методы кинематического анализа плоских рычажных механизмов……19
2.2. Аналитические методы кинематического исследования.……..20
2.3. Графические методы кинематического исследования.……..21
2.4. Графоаналитический метод определения скоростей и ускорений……25
2.5. Общая методика построения планов скоростей и ускорений плоских рычажных механизмов……27

ЛЕКЦИЯ № 3

ГЛАВА 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.6. Зубчатые механизмы: общие понятия, классификация.……30
2.7. Кинематика простой зубчатой передачи.……33
2.8. Кинематический анализ ступенчатых передач……....34
2.9. Планетарные механизмы: основные понятия, классификация.……35
2.10. Кинематический анализ планетарных механизмов.……37

ЛЕКЦИЯ № 4

ГЛАВА 3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

2.11. Основные геометрические элементы зубчатого колеса.……..40
2.12. Основная теорема зубчатого зацепления.……42
2.13. Эвольвента, уравнения эвольвенты, ее свойства.……43

2.14. Свойства эвольвентного зацепления.……44
2.15. Коэффициент перекрытия зубьев.……..46
2.16. Основные методы изготовления зубчатых колес……..47
2.17. Реечное станочное зацепление……49
2.18. Особенности корригированных колес……52
2.19. Подрезание зубьев……53

ЛЕКЦИЯ № 5

ГЛАВА 4. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

2.20. Кулачковые механизмы: основные понятия, классификация……..55
2.21. Геометрия дисковых кулачковых механизмов……..56
2.22. Кинематика дисковых кулачковых механизмов……...58
2.23. Основные законы движения толкателя: жесткий удар, мягкий удар, безударный режим……...59
2.24. Угол давления в дисковых кулачковых механизмах……....62
2.25. Кинематический анализ дисковых кулачковых механизмов..……64

ЛЕКЦИЯ № 6

ЧАСТЬ III. ДИНАМИКА МАШИН

ГЛАВА 1. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

3.1. Классификация сил, действующих в механизмах……...66
3.2. Цели и методы силового расчета плоских механизмов. Уравновешивающее усилие……..67
3.3. Определение сил инерции звеньев плоских механизмов……...68
3.4. Реакции в кинематических парах плоских механизмов.……70
3.5. Статическая определимость плоских кинематических цепей.……..72
3.6. Методика силового расчета плоских рычажных механизмов.……..…73

ЛЕКЦИЯ № 7

ГЛАВА 2. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ

3.7. Общие понятия об уравновешивании механизмов.……75
3.8. Уравновешивание роторов. Общие положения..…….……76
3.9. Статическое уравновешивание ротора…….79
3.10. Моментное уравновешивание ротора……80
3.11. Динамическое уравновешивание ротора…….…….....81
3.12. Уравновешивание плоских рычажных механизмов на фундаменте…...82
3.13. Метод замещающих масс при статическом уравновешивании плоских рычажных механизмов...…….……..83

ЛЕКЦИЯ № 8

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАШИНЫ

3.14. Основная задача динамического исследования машины.……85
3.15. Динамическая модель машины.……..85
3.16. Приведение сил в механизмах……86
3.17. Приведение масс в механизмах……..87
3.18. Уравнение движения машины……89

ЛЕКЦИЯ № 9

3.19. Режимы движения машины……91
3.20. Неравномерность хода при установившемся режиме движения…….92
3.21. Условия реализации различных режимов движения…….....93
3.22. Причины неравномерности хода
при установившемся режиме движения……94
3.23. Снижение неравномерности хода
при установившемся режиме движения……95
3.24. Маховик: назначение, работа, конструктивные параметры……97
3.25. Механический коэффициент полезного действия машины……98

ЛИТЕРАТУРА.……100

ЛЕКЦИЯ № 1

Введение в курс теории машин и механизмов.
1. Основные понятия и определения ТММ.
2. Условные обозначения и изображения кинематических цепей.
3. Степень подвижности плоской кинематической цепи. Структурная формула П.Л. Чебышева.
4. Избыточные связи и лишние степени свободы.
5. Принцип образования плоских рычажных механизмов.
6. Замена высших кинематических пар в плоских механизмах.
7. Структурный анализ плоских механизмов

Введение в курс теории машин и механизмов

Теория машин и механизмов (ТММ) *– наука об общих законах и методах построения, исследования и проектирования механизмов и машин*.

В системе высшего образования ТММ входит в блок общеинженерных дисциплин «Механика» практически у всех технических специальностей. Её теоретической основой является теоретическая механика. Фактически ТММ можно считать практическим приложением теоретической механики к вопросам машиностроения.

Объектом исследования ТММ являются любые механические устройства, независимо от их назначения или используемых в них физических процессов.

ТММ в общем случае призвана решать две группы технических задач:
– исследование, изучение механизмов и машин (***анализ***);
– проектирование, конструирование машин (***синтез***).

Общий курс ТММ можно разбить на три раздела:
− ***структура механизмов и машин;***
− ***кинематика механизмов;***
− ***динамика машин.***

ЧАСТЬ I. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

1.1. Основные понятия и определения ТММ

Машина *− техническое устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов, информации и изменения положения объектов.*

В зависимости от функционального назначения машины делятся на:

− ***энергетические*** *− служат для преобразования различных видов энергии в механическую и наоборот* (двигатели внутреннего сгорания, электродвигатели, генераторы);

− ***технологические*** − *для преобразования формы, размеров тел, свойств и состояний материалов, жидких и газообразных сред* (обрабатывающие станки, сельскохозяйственные машины, машины для добычи и переработки полезных ископаемых и т.д.);

− ***транспортные*** − *для перемещения тел, материалов, сред* (автомобильный, железнодорожный и др. транспорт, подъемно-транспортное оборудование);

− ***информационные*** − *преобразуют информацию для контроля, управления, регулирования процессами* (механические регуляторы, автоматические устройства).

Если группа машин взаимосвязана и используется совместно, то они образуют ***агрегат***.

Машинный агрегат − *техническая система из нескольких соединенных друг с другом машин, обеспечивающая выполнение заданных функций.*

Например, машинно-тракторный агрегат в сельскохозяйственном производстве. Он состоит из транспортно-энергетической машины − трактора и различных технологических сельскохозяйственных машин.

Конструктивно любая машина представляет собой механизм.

Механизм − *система тел, подвижно связанных между собой, обеспечивающая преобразование движения одних тел в требуемые движения других.*

Классификация механизмов:

1. По форме и расположению траекторий точек тел механизмы бывают:

− ***плоские*** (все точки описывают плоские траектории в параллельных плоскостях);

− ***пространственные*** (все остальные).

2. С точки зрения формы, конструкции отдельных тел или соединений:

− ***стержневые (***или ***рычажные)***, среди которых выделяют ***кривошипно-ползунные, кривошипно-коромысловые, кулисные*** и др.;

− ***зубчатые;***

− ***кулачковые;***

− ***фрикционные;***

− ***храповые;***

− ***винтовые, клиновые, мальтийские*** и др.

3. В зависимости от физических свойств составляющих их тел различают механизмы:

− ***с жесткими звеньями*** (фактически из абсолютно твердых тел);

− ***с упругими звеньями*** (содержат пружины, диафрагмы, торсионные валы);

− ***с гибкими звеньями*** (содержат приводные ремни, цепи, тросы);

− ***с жидкими или газообразными средами*** (гидравлические и пневматические системы машин).

Тела, из которых состоят механизмы, в ТММ называют ***звеньями***.

Далее будем рассматривать механизмы только с жесткими звеньями.

Звено *− часть механизма, состоящая из одной детали или нескольких, неизменно соединенных друг с другом.*

В любом механизме выделяют ***входное, выходное*** и ***неподвижное звенья.***

Входное звено (ведущее) *− которому извне сообщается движение, преобразуемое механизмом в движения остальных звеньев.*

Выходное звено (ведомое) *− для движения которого предназначен механизм.*

Неподвижное звено (стойка) *− совокупность всех неподвижных деталей механизма (т.е. корпусных деталей).*

Движение звеньев механизма всегда рассматривается относительно его стойки.

Исторически сложилась специфическая терминология для отдельных звеньев (деталей машин), в зависимости от характера их движения, формы и функционального назначения. Например, ***кривошип, шатун, ползун, коромысло, кулачок, толкатель, шестерня, водило, сателлит*** и др.

При образовании механизма звенья подвижно соединяются друг с другом. Эти соединения называют ***кинематическими парами.***

Кинематическая пара (в дальнейшем − ***пара)*** *– подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев.*

Классификация кинематических пар.

1. По характеру соприкосновения (контакта) звеньев пары делят на:

− ***высшие*** − *контакт происходит в точках или по линии* (зубчатое зацепление, соединение кулачок − толкатель);

− ***низшие*** − *контакт происходит по поверхностям* (шарниры, соединение поршень − цилиндр, втулка − ось).

2. По условиям, обеспечивающим контакт (замыкание) звеньев:

− ***с силовым замыканием*** − *контакт обусловлен действием сил* (гравитационных, электромагнитных, сил упругости);

− ***с геометрическим замыканием*** − *благодаря специфической форме соприкасающихся поверхностей* (цилиндрический, сферический шарниры).

3. По количеству ограничений (***условий связи***), накладываемых парами на соединяемые ими звенья, делятся на 5 классов.

4. По числу подвижностей ***(степеней свободы)***, т.е. независимых движений звеньев друг относительно друга, бывают пяти подвижностей.

5. По характеру относительного движения звеньев различают:

− ***вращательные (цилиндрический шарнир)*** − обеспечивают вращение звеньев;

− ***поступательные*** − поступательное движение;

− ***плоскостные*** − плоскопараллельное движение;

− ***винтовые (соединение винт − гайка)*** − винтовое движение;

− ***сферические (сферический шарнир)*** − сферическое движение.

Поясним подробнее 3-й и 4-й признаки классификации.

Из курса теоретической механики известно, что свободное тело в пространстве обладает шестью ***степенями свободы (подвижности)***, $W = 6$, т.е.

возможностями к шести независимым между собой простым перемещениям: трем поступательным вдоль осей *x*, *y*, *z* и трем вращательным вокруг этих осей (рисунок 1.1 *а*).

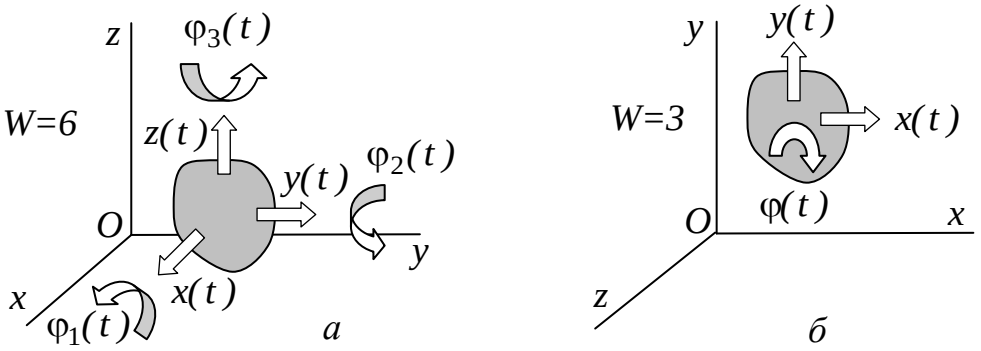


Рисунок 1.1 − Иллюстрация степеней свободы (подвижности) тела

Если тело способно двигаться только в плоскости (например *xOy*) (рисунок 1.1 *б*), то число его подвижностей сокращается до трех ($W = 3$): двух − поступательных движений вдоль осей *x*, *y* и вращения вокруг оси *z*, перпендикулярной этой плоскости.

Число степеней свободы тела также равно числу ***независимых*** (между собой) ***координат***, определяющих его положение. Например, ориентация тела в плоскости описывается тремя координатами, а его движение соответственно тремя уравнениями (рисунок 1.1 *б*):

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad \varphi = \varphi(t).$$

Кинематические пары ограничивают движения звеньев друг относительно друга, т.е. накладывают на них ***условия связи*** (*S*). Количество таких ограничений может быть от 1 до 5, ($1 \le S \le 5$). В соответствии с этим пары и делятся на пять классов.

При $S = 0$ звенья свободны, т.е. соединения нет. При $S = 6$ соединение звеньев жесткое и кинематическая пара также не существует.

Между числом степеней свободы звеньев и условиями их связи существует закономерность:

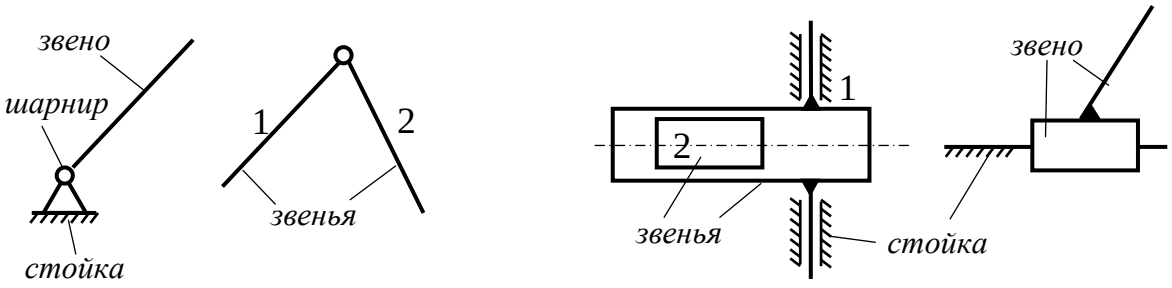
$W = 6 - S$ (т.е. $1 \le W \le 5$).

Это и определяет классификацию пар по числу подвижностей звеньев.

Далее в курсе ТММ будем рассматривать лишь плоские механизмы. Это ограничение вполне обосновано, поскольку подавляющее большинство машин, используемых в агропромышленном комплексе, транспортной инфраструктуре, относятся именно к такому типу.

Так как условие движения звеньев в плоскости уже накладывает на них три ограничения, то в плоских механизмах существуют кинематические пары лишь 4-го и 5-го классов (при $S = 4$, $S = 5$) (или двух- и одноподвижные).

Примеры таких соединений условно изображены на рисунках 1.2, 1.3.



вращательная пара (цилиндрический шарнир)

поступательная пара

Рисунок 1.2 − Условные изображения низших кинематических пар 5-го класса (одноподвижных)

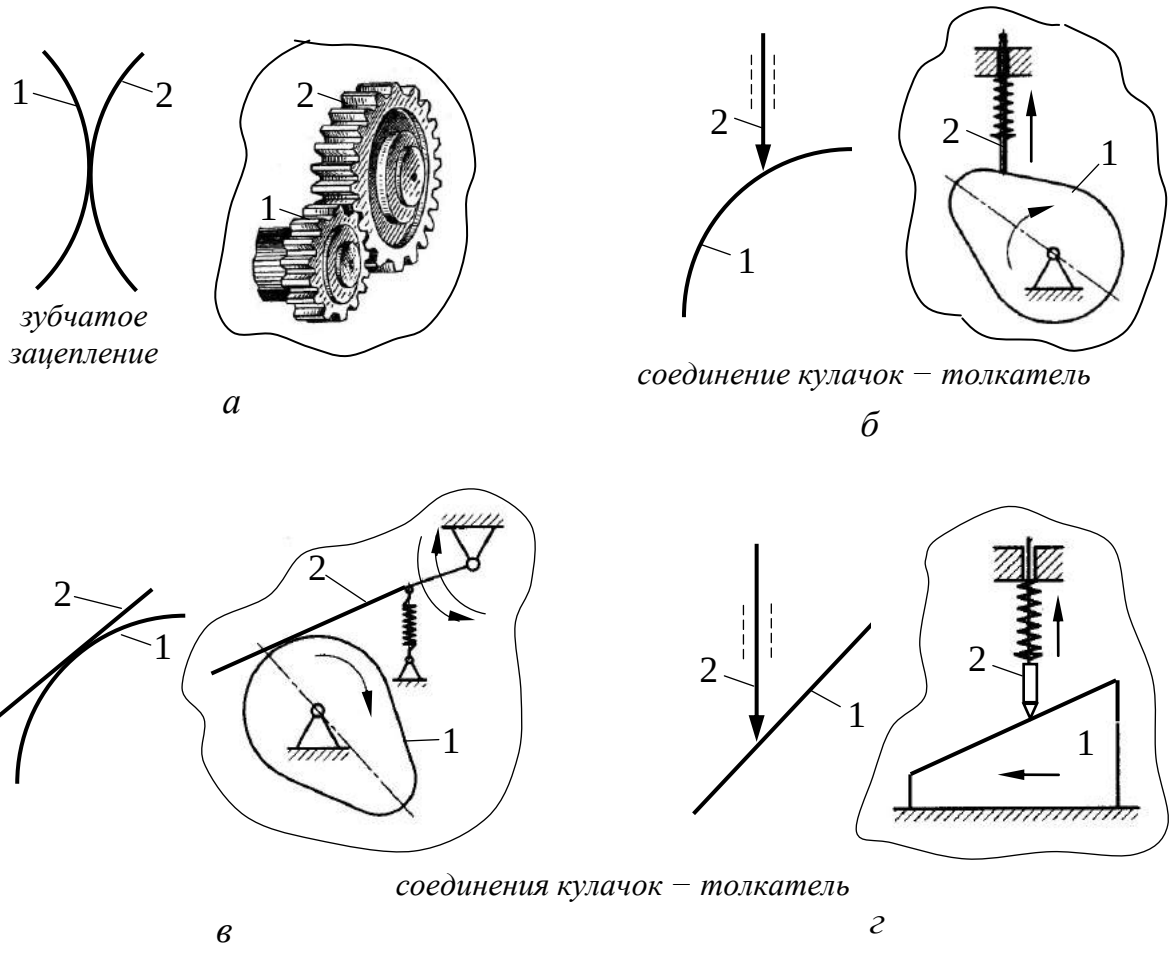


Рисунок 1.3 − Примеры и условные изображения высших кинематических пар 4-го класса (двухподвижных)

Структурно любой механизм является ***кинематической цепью***.

Кинематическая цепь − *система звеньев, соединенных кинематическими парами.*

Кинематические цепи бывают (рисунок 1.4):

− ***замкнутые (закрытые)***, *если каждое звено соединяется с двумя или более звеньями*;

− ***незамкнутые (открытые)***, *если хотя бы одно звено входит в одну кинематическую пару*;

− ***простые***, *звенья которых входят в одну или две пары*;

− ***сложные***, *имеют хотя бы одно звено, входящее более чем в две пары*.

Кинематические цепи также делят на ***плоские*** и ***пространственные***.

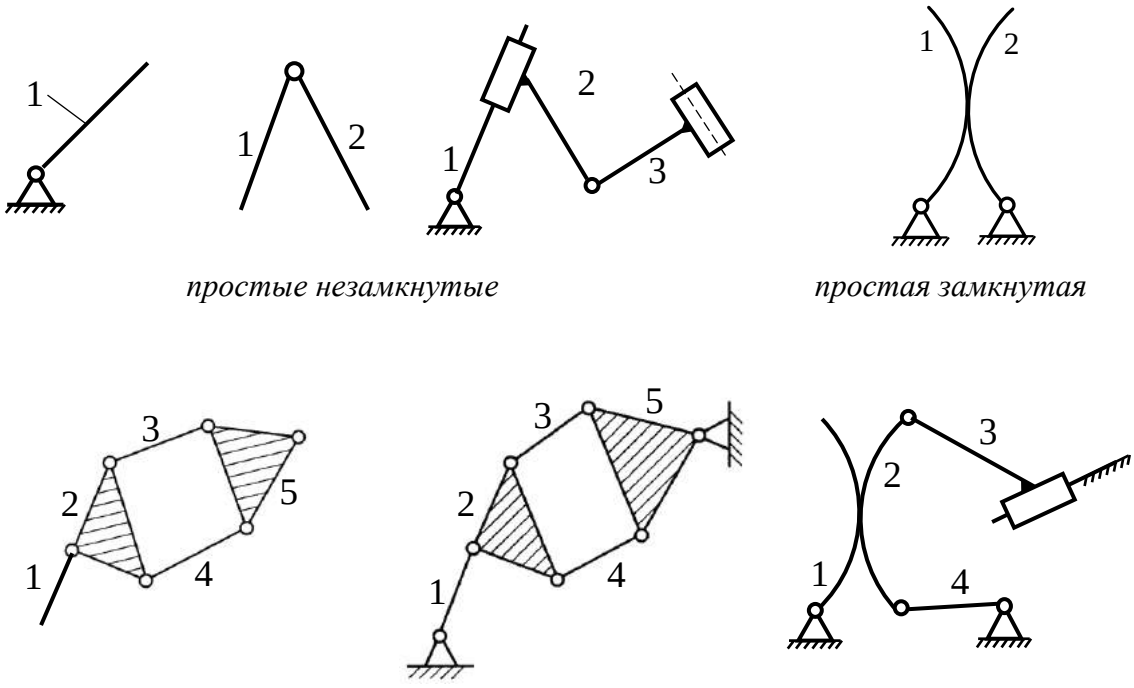


Рисунок 1.4 − Условные изображения плоских кинематических цепей

Таким образом, ***механизм*** *– это кинематическая цепь со стойкой, в которой при заданном движении одного звена (или нескольких) остальные движутся строго определенно*.

1.2. Условные обозначения и изображения кинематических цепей

При решении технических задач средствами ТММ используются условные изображения кинематических цепей. Чаще всего востребованы структурные и кинематические схемы. Правила их выполнения регламентируется стандартами: ГОСТ 2.770-68(2000) ЕСКД, ГОСТ 2.703-2011, ЕСКД, ISO 3952.

Структурная схема *− изображение кинематической цепи с использованием стандартных условных знаков, без соблюдения размеров, пропорций и действительного расположения звеньев.*

Задача структурной схемы − показать общее строение цепи, т.е. количество её звеньев и характер их соединений. Визуально эти схемы зачастую не похожи на реальный механизм (рисунки 1.2, 1.3, 1.4). Обычно они используются лишь при структурном исследовании (проектировании) механизмов.

Кинематическая схема *− изображение кинематической цепи с использованием стандартных условных знаков, с учетом размеров, пропорций и взаимного расположения звеньев.*

Кинематические схемы являются более формальными изображениями. Выполняются в масштабе и являются основными рабочими документами, используемыми при исследованиях механизмов и их проектировании.

1.3. Степень подвижности плоской кинематической цепи. Структурная формула П.Л. Чебышева

Кинематические цепи, являясь механическими системами, также характеризуются количеством степеней свободы (*W*) по отношению к стойке, т.е. неподвижной системе координат.

Для плоской кинематической цепи существует зависимость между её степенью подвижности и структурным составом. Она определяется ***структурной формулой П.Л. Чебышева*** (1821−1894).

$$W = 3n - (2p_5 + p_4 - q),$$

где n − количество подвижных звеньев цепи;

p_5, p_4 − количество кинематических пар 5-го и 4-го классов;

q − количество ***избыточных связей*** в цепи.

В курсе теоретической механики отмечается, что число степеней свободы механической системы с геометрическими связями соответствует числу ее ***обобщенных координат***.

Обобщенные координаты *– это независимые друг от друга координаты, однозначно определяющие положение всех элементов системы*.

Эти координаты приписывают конкретным звеньям, которые называют ***начальными***. Обычно начальные звенья образуют со стойкой вращательные или поступательные пары. Тогда их положение определяется одной координатой: угловой или линейной (рисунок 1.5). Удобно назначать начальным звеном входное или выходное звено механизма. В таком случае можно считать, что ***степень подвижности механизма*** W ***равна количеству его входных (или выходных) звеньев.***

Подавляющее большинство механизмов обладают одной степенью подвижности ($W = 1$). Практика показывает, что этого вполне достаточно для реализации основных технических задач. Тогда как увеличение числа степеней свободы механической системы приводит к её усложнению. Поэтому при проектировании машины выбор этой её характеристики должен быть рационально обоснован.

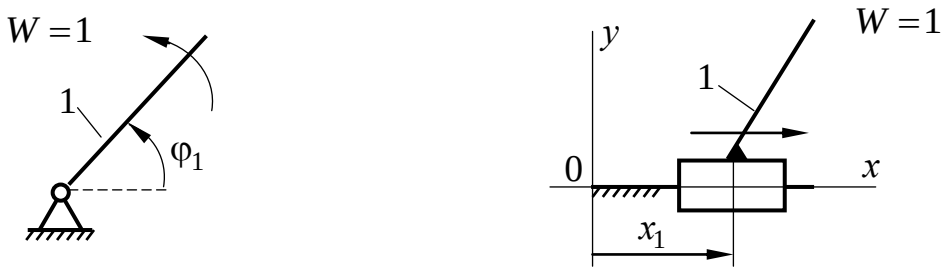
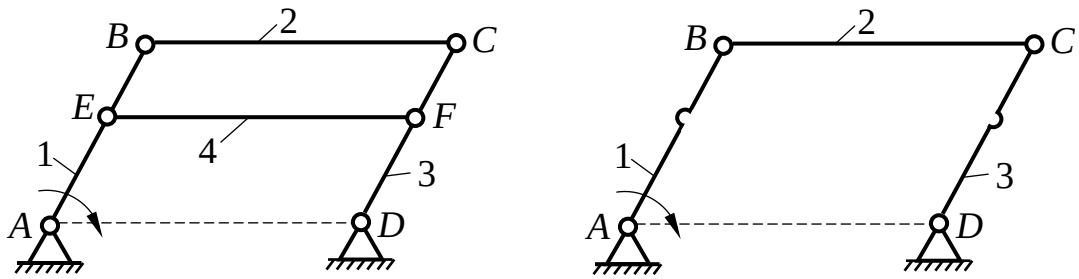


Рисунок 1.5 − Структурные схемы начальных звеньев механизма (первичных механизмов)

1.4. Избыточные связи и лишние степени свободы

В состав механизмов иногда вводят дополнительные звенья и кинематические пары, которые дублируют уже имеющиеся связи и не влияют на характер движения остальных звеньев. Обычно это обусловлено стремлением повысить жесткость, прочность, надежности конструкции. Эти звенья и пары усложняют механизм и формально являются лишними. Их называют ***избыточными*** или ***пассивными связями***.

Например, в параллелограммном механизме (рисунок 1.6 *а*) звено 4 с шарнирами *E* и *F* дублирует тягу 2, с помощью которой (и шарниров *B* и *C*) передается движение от 1-го звена к 3-му. Формально эту избыточную связь можно удалить из механизма, не изменив его кинематику, но упростив структуру (рисунок 1.6 *б*).



механизм с избыточной связью — *а*

оптимальный по структуре механизм — *б*

Рисунок 1.6 − Избыточная связь в параллелограммном механизме

Также в механизмах могут использоваться звенья, обладающие собственной подвижностью, не влияющей на движения окружающих звеньев. Такие подвижности называют ***лишними*** или ***локальными***. Формально они увеличивают число степеней свободы механизма W. Фактически же не влияют на количество обобщенных координат всех его остальных звеньев.

Например, ролик 3 (рисунок 1.7), благодаря шарниру *B*, имеет возможность вращаться относительно толкателя 2, проскальзывая по кулачку 1. При этом его вращение не влияет на перемещения ни кулачка, ни толкателя. Эта подвижность в данном случае является локальной. Формально её можно ликвидировать, заблокировав шарнир *B*, не изменив кинематики механизма. В итоге получим более простой механизм, выполняющий те же функции.

Наличие лишней подвижности в данном механизме технологически оправдано снижением сил трения между соприкасающимися поверхностями кулачка и толкателя.

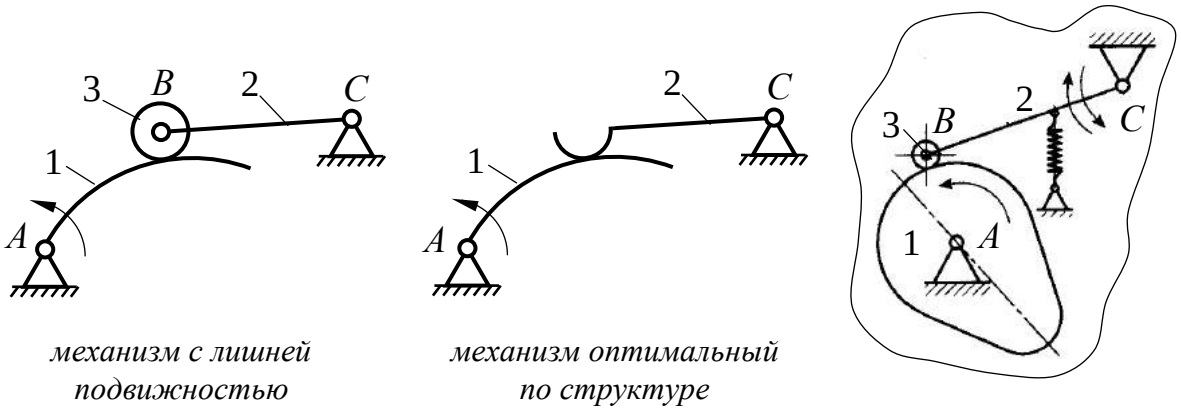


Рисунок 1.7 − Лишняя степень свободы в кулачковом механизме с качающимся толкателем

При выполнении структурного анализа механизмов избыточные связи и лишние подвижности принято удалять, приводя механизмы к упрощенному ***оптимальному по структуре*** виду.

Оптимальный механизм − *не содержит избыточных (пассивных) связей и лишних (локальных) подвижностей.*

1.5. Принцип образования плоских рычажных механизмов

В современной технике широкое распространение получили ***рычажные механизмы***.

Рычажный (стержневой) механизм − *звенья которого образуют только низшие кинематические пары.*

В плоские рычажные механизмы входят вращательные и поступательные пары (рисунок 1.2). Для этих механизмов российским ученым Л.В. Ассуром (1878−1920) была предложена структурная классификация и сформулирован общий принцип их построения. Он состоит в следующем:

− ***любой плоский рычажный механизм может быть образован путем присоединения к первичным механизмам и стойке структурных групп звеньев нулевой подвижности (групп Ассура).***

Этот принцип справедлив для механизмов оптимальных по своей структуре, т.е. без избыточных связей и местных подвижностей.

Первичный (начальный) механизм *− это кинематическая цепь, состоящая из одного звена, образующего со стойкой вращательную или поступательную кинематическую пару.*

Он обладает одной степенью подвижности ($W = 1$) и также называется ***механизмом I-го класса*** (рисунок 1.5).

Структурная группа Ассура *− это наиболее простая по составу кинематическая цепь, которая при условии присоединения свободными элементами своих кинематических пар к стойке обладала бы нулевой подвижностью* (рисунок 1.8).

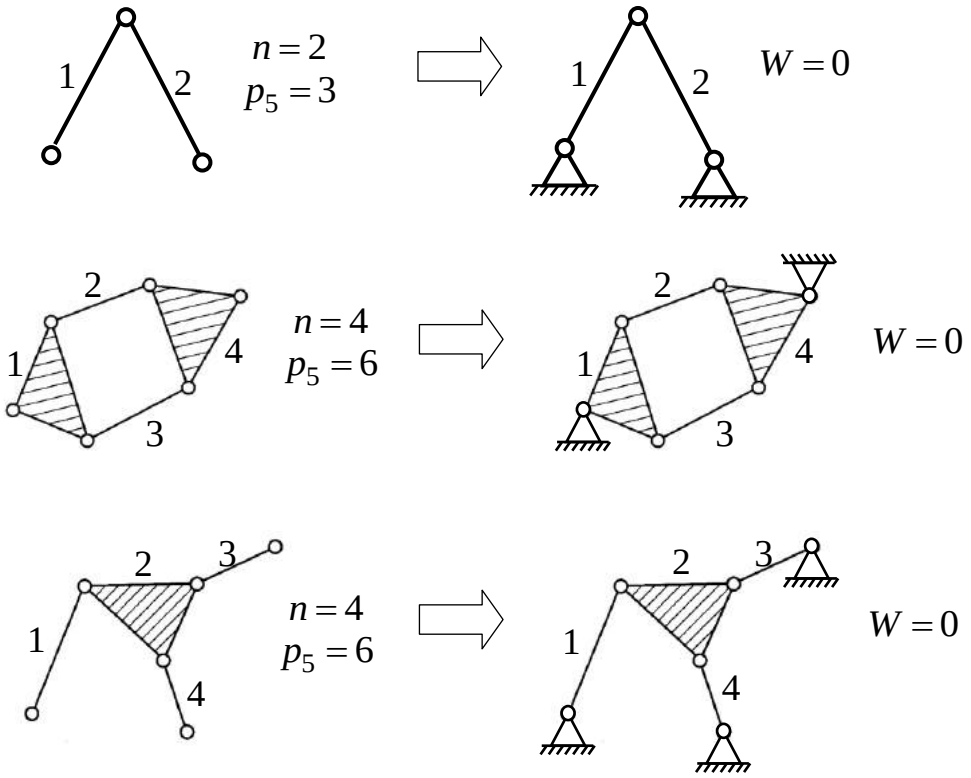


Рисунок 1.8 − Примеры идентификации структурных групп Ассура

Структурные группы Ассура подчиняются закономерности:

$$p_5 = 3n / 2,$$

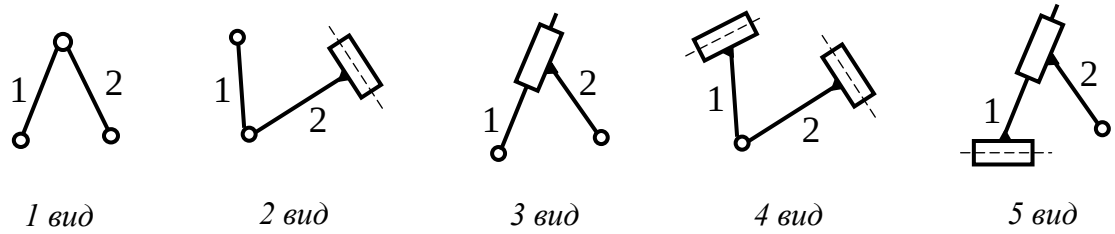
где n и p_5 − число звеньев и пар 5-го класса в составе группы.

Из этого условия следует, что ***структурные группы состоят из четного количества звеньев n*** (т.к. количество пар p_5 может быть только целым). Данной формуле формально удовлетворяет бесконечный ряд значений n и p_5. Поэтому группы Ассура в зависимости от их сложности делят на ***классы*** и ***порядки***.

Класс структурной группы *определяется количеством кинематических пар, входящих в наиболее сложный замкнутый её контур.*

Порядок структурной группы *определяется количеством свободных элементов кинематических пар (поводков), которыми группа может присоединяться к другим звеньям цепи.*

Наиболее простыми являются группы Ассура, состоящие из двух звеньев с тремя кинематическими парами. Это ***двухповодковые группы (или диады)***. Они классифицируются как ***группы 2-го класса, 2-го порядка***. Всего возможны пять их вариантов (***видов***) (рисунок 1.9). Такие структурные группы наиболее распространены в механизмах современных машин.



1 вид *2 вид* *3 вид* *4 вид* *5 вид*

Рисунок 1.9 − Схемы структурных групп Ассура 2-го класса, 2-го порядка

Поскольку группы Ассура имеют нулевую степень подвижности, то их присоединение к кинематической цепи (или наоборот отсоединение) не изменяет ее степень подвижности. Поэтому ***число степеней свободы (W) плоского рычажного механизма не зависит от входящих в него групп Ассура, а определяется количеством его первичных механизмов (т.е. фактически входных звеньев).***

Л.В. Ассур предложил разделять плоские рычажные механизмы на ***классы***, исходя из сложности образующих их структурных групп.

Класс механизма *определяется по наивысшему классу входящих в него структурных групп звеньев.*

Таким образом, основная часть рычажных механизмов современных машин относится ко II классу.

Предложенная классификация имеет важное практическое значение. Она обусловлена различиями в методах кинематических и динамических исследований, используемых для каждого класса механизмов.

1.6. Замена высших кинематических пар в плоских механизмах

Для плоских механизмов с высшими кинематическими парами также можно использовать структурную классификацию Л.В. Ассура.

При этом высшие пары (4-го класса) заменяют низшими (5-го класса). При замене необходимо обеспечить ***условие структурной и кинематической эквивалентности исходного механизма и его заменяющего***, а именно:

− ***механизмы должны иметь одинаковые степени подвижности***;

− ***мгновенные относительные движения всех звеньев механизма после замены не должны измениться.***

Для обеспечения этих условий высшие пары заменяют по следующей общей методике (рисунок 1.10 *а*).

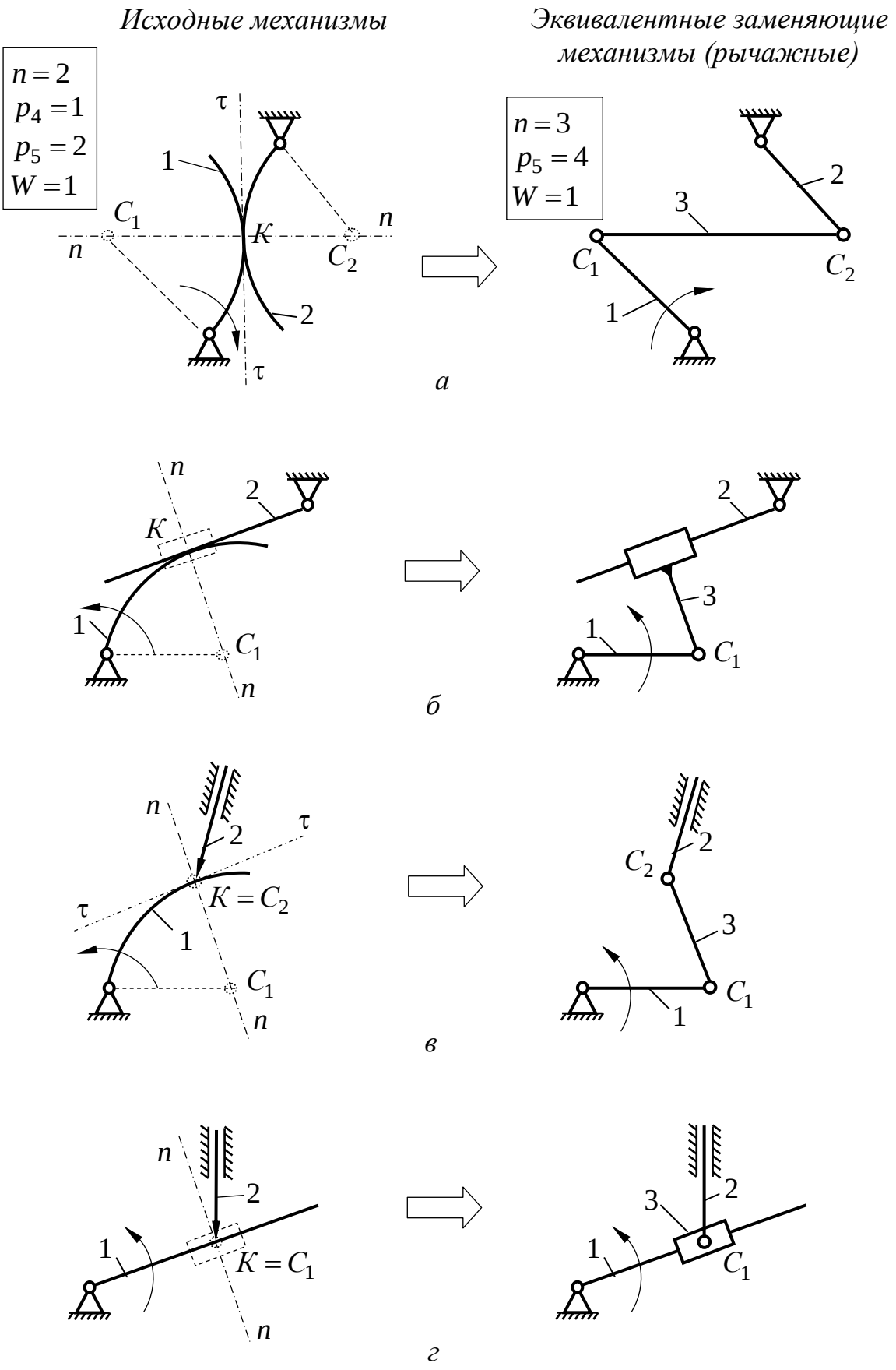


Рисунок 1.10 − Примеры замены высших кинематических пар 4-го класса

1. В точке контакта звеньев *K* проводят общую нормаль *(n-n)* к их профилям (элементам высшей кинематической пары).

2. На нормали *(n-n)* находят центры кривизны сопряженных профилей C_1, C_2. В них устанавливают элементы будущих шарниров.

3. Каждый новый элемент присоединяют к соответствующему звену.

4. Элементы шарниров соединяют между собой новым звеном.

Если один из элементов высшей пары − прямая линия (рисунок 1.10 *б, г*), её центр кривизны находится в бесконечности. Тогда шарнир заменяют поступательной парой, направляющей которой является данная прямая.

Если один из элементов пары − точка (остриё) (рисунок 1.10 *в, г*), то центр кривизны этого профиля совпадает с самой точкой, и шарнир устанавливается в ней на самом острие звена.

В итоге ***любая высшая пара 4-го класса эквивалентно заменяется двумя низшими парами 5-го класса и одним дополнительным звеном.***

1.7. Структурный анализ плоских механизмов

При комплексном исследовании плоских механизмов в первую очередь производится их ***структурный анализ***. Его результаты позволяют выбрать методы дальнейших кинематических и динамических расчетов.

Последовательность структурного анализа.

1. Изображается структурная схема механизма. Определяются количество подвижных звеньев *n*, кинематических пар 4-го и 5-го классов − p_4, p_5, а также число степеней подвижности механизма *W*.
2. Выявляется наличие лишних (локальных) подвижностей звеньев. Их исключают наложением дополнительных связей на эти звенья.
3. Выявляется наличие избыточных (пассивных) связей *q*. Их исключают, приводя структурную схему механизма к оптимальному виду.
4. Производится замена высших кинематических пар 4-го класса. В результате получают эквивалентный рычажный механизм.
5. Рычажный механизм разбивается на структурные группы Ассура и первичные механизмы. Делается вывод относительно класса исследуемого механизма.

При разбиении руководствуются правилами:

- − начинают выявлять группы, наиболее удаленные от входного звена;
- − прежде всего пытаются идентифицировать простейшие группы (2-го класса), и, если это не удается, рассматривают более сложные группы;
- − после отсоединения каждой структурной группы проверяют степень подвижности оставшейся кинематической цепи *W*, она не должна измениться;
- − после отсоединения всех групп Ассура должны остаться только первичные механизмы (механизмы I класса), их количество соответствует степени подвижности рычажного механизма *W*.

ЛЕКЦИЯ № 2

1. Цели и методы кинематического анализа плоских рычажных механизмов.
2. Аналитические методы кинематического исследования.
3. Графические методы кинематического исследования.
4. Графоаналитический метод определения скоростей и ускорений.
5. Общая методика построения планов скоростей и ускорений плоских рычажных механизмов.

ЧАСТЬ II. КИНЕМАТИКА МЕХАНИЗМОВ

ГЛАВА1. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

В современной технике широкое применение получили плоские рычажные механизмы. В их состав входят только низшие кинематические пары 5-го класса: вращательные и поступательные, а движения всех звеньев происходят в параллельных плоскостях.

Большинство этих механизмов имеют одну степень подвижности ($W = 1$), а следовательно, единственное начальное звено. Обычно оно совершает вращательное движение, представляя собой ***кривошип*** (см. рисунок 1.5). Чаще всего начальным является входное звено механизм (иногда – выходное, например, коленчатый вал поршневого двигателя).

Широко распространены рычажные механизмы II класса, образованные группами Ассура 2-го класса пяти возможных видов (см. рисунок 1.9). Рассмотрим кинематический анализ такого типа механизмов.

2.1. Цели и методы кинематического анализа плоских рычажных механизмов

Цель кинематического анализа − *определение параметров движений звеньев механизма при заданном законе движения его начального звена.*

В частности, обычно основными ***задачами кинематического анализа является определение при различных положениях начального звена (или моментах времени движения):***

− ***положений звеньев и траекторий их отдельных точек;***

− ***угловых скоростей звеньев и скоростей их отдельных точек;***

− ***угловых ускорений звеньев и ускорений их отдельных точек.***

Задачи эти решаются без учета действующих сил. Их результаты используются в динамических расчетах механизмов, при проектировании и т.д.

При кинематическом анализе скорость вращения начального звена, как правило, считается постоянной, соответствующей её средней скорости при

установившемся режиме движения ($\omega_1 = \omega_{cp} = const$). Для технологических машин это соответствует штатным условиям их рабочего процесса.

Для большинства механизмов движения их звеньев периодически повторяются. Поэтому кинематический анализ выполняют для одного цикла такого движения.

Цикл (период) движения механизма *− наименьший промежуток времени, по истечении которого координаты, скорости и ускорения всех точек звеньев механизма, изменившись, принимают исходные значения.*

Обычно цикл движения соответствует одному обороту начального звена (кривошипа).

Используют следующие методы кинематического анализа:

− ***аналитические;***

− ***графические;***

− ***графоаналитические.***

2.2. Аналитические методы кинематического исследования

Аналитические методы применяются при высоких требованиях к точности расчетов, а также когда перемещения звеньев сравнительно малы. Реализация их достаточно сложна и требует специальной квалификации исследователя. Однако, с появлением специальных компьютерных приложений, использование этих методов существенно упростилось.

Суть аналитических методов состоит в ***получении аналитических выражений для координат, скоростей и ускорений звеньев (или их отдельных точек) в зависимости от обобщенной координаты механизма.***

К этим выражениям относятся: ***функции положений, кинематические передаточные функции скоростей и ускорений***.

Функция положения *− зависимость координаты k-й точки или k-го звена (линейной S_k или угловой ψ_k) от обобщенной координаты механизма (например, угла поворота начального звена* φ*)*:

$$S_k = S_k(\varphi); \qquad \psi_k = \psi_k(\varphi).$$

Для вывода функций положений обычно используют два метода:

− ***метод преобразования координат*** (Ю.Ф. Морошкина);

− ***метод замкнутого векторного контура*** (В.А. Зиновьева).

Кинематическая передаточная функция скорости (аналог скорости) *− производная от функции положения по обобщенной координате:*

$$v_{k\varphi} = \frac{dS_k}{d\varphi}; \qquad \omega_{k\varphi} = \frac{d\psi_k}{d\varphi}.$$

Кинематическая передаточная функция ускорения (аналог ускорения) *− производная от соответствующей передаточной функции скорости по обобщенной координате:*

$$a_{k\varphi} = \frac{dv_{k\varphi}}{d\varphi} = \frac{d^2 S_k}{d\varphi^2}; \qquad \varepsilon_{k\varphi} = \frac{d\omega_{k\varphi}}{d\varphi} = \frac{d^2 \psi_k}{d\varphi^2}.$$

Аналоги линейных скоростей и ускорений имеют размерности длины − [м]. Аналоги угловых скоростей и ускорений − величины безразмерные.

Между кинематическими передаточными функциями и действительными скоростями и ускорениями (как линейными, так и угловыми) с их стандартными единицами измерений существуют зависимости:

$$v_k = v_{k\varphi} \cdot \omega_1; \qquad a_k = a_{k\varphi} \cdot \omega_1^2 + v_{k\varphi} \cdot \varepsilon_1;$$

$$\omega_k = \omega_{k\varphi} \cdot \omega_1; \qquad \varepsilon_k = \varepsilon_{k\varphi} \cdot \omega_1^2 + \omega_{k\varphi} \cdot \varepsilon_1,$$

где ω_1, ε_1 − угловая скорость и ускорение начального звена механизма;

ω_k, ε_k − угловая скорость и ускорение *k*-го звена;

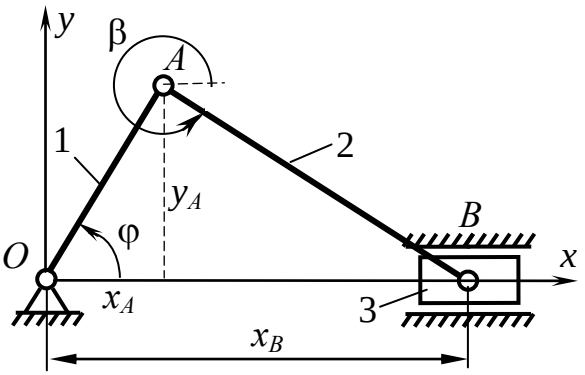
v_k − скорость *k*-й точки;

a_k − полное (или тангенциальное) ускорение *k*-й точки.

Например, положения шатуна 2 и ползуна 3 кривошипно-ползунного механизма (рисунок 2.1) в координатной плоскости *xOy* определяются следующими функциями.

Шатун 2: $x_A = r \cdot \cos\varphi; \quad y_A = r \cdot \sin\varphi; \quad \beta = \arcsin\left[-(r/b)\sin\varphi\right].$

Ползун 3: $x_B = r \cdot \cos\varphi + b \cdot \cos\left(\arcsin\left[-(r/b)\sin\varphi\right]\right).$



r − длина кривошипа 1;
b − длина шатуна 2;
β − угловая координата шатуна 2;
φ − обобщенная координата (координата кривошипа 1)

Рисунок 2.1 − К определению функций положений звеньев механизма

Последовательно их дифференцируя по обобщенной координате φ, можно определить аналоги скоростей и ускорений точек *A, B* шатуна 2, а затем и действительные их скорости и ускорения.

2.3. Графические методы кинематического исследования

Графические методы кинематического анализа проще аналитических и более наглядны, что весьма важно в инженерных расчетах. Их основной недостаток – это неизбежная погрешность исследований.

К графическим методам относятся:

− ***метод планов положений механизма;***

− ***метод кинематических диаграмм.***

План положений механизма − *его кинематическая схема, выполненная для конкретного положения начального звена (или момента времени).*

С помощью планов положений наглядно определяются характер движений звеньев, а также траектории их отдельных точек.

На практике обычно выстраивается несколько планов положений, равноотстоящих друг от друга по времени (или по углу поворота начального звена) за цикл движения механизма (т.е. один оборот начального звена). Достаточная точность анализа обеспечивается при построении не менее 12 планов. За начало цикла удобно принять такое положение механизма, при котором его выходное звено (обычно совершающее возвратные движения) находится в одной из своих крайних позиций (рисунок 2.2).

Планы положений выполняются согласно нормам машиностроительного черчения в масштабе. В ТММ используют понятие − ***масштабный коэффициент***.

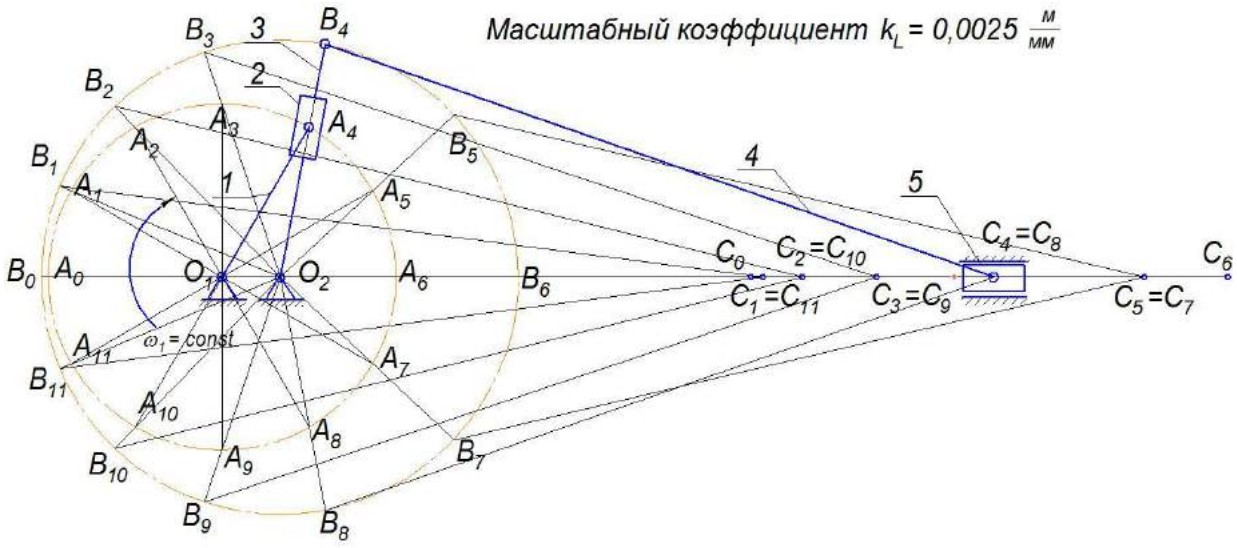


Рисунок 2.2 − 12 планов положений плоского рычажного механизма

Масштабный коэффициент *– отношение размера какого-либо физического параметра, измеряемого в характерных ему единицах к отрезку, изображающему его и измеряемому в миллиметрах.*

Кинематическая диаграмма − *графическая зависимость кинематических параметров точек или звеньев механизма (т.е. координат, скоростей, ускорений) от времени движения или обобщенной его координаты.*

Метод диаграмм эффективен при исследовании простых движений звеньев: возвратно-поступательных или возвратно-вращательных. Он позволяет, имея график перемещений, построить диаграммы скоростей и ускорений звеньев. Методика этих построений основана на известных положениях кинематики точки и твердого тела, а также геометрическом смысле производной функции.

1. ***При прямолинейном движении точки, поступательном прямолинейном движении тела или его вращении величина скорости определяется как производная закона движения, а ускорение − как производная скорости по времени:***

$$s = s(t), \;\Rightarrow\; v = \frac{ds}{dt}, \;\Rightarrow\; a = \frac{dv}{dt};$$

$$\varphi = \varphi(t), \;\Rightarrow\; \omega = \frac{d\varphi}{dt}, \;\Rightarrow\; \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

2. ***Значение производной функции*** $y = f(x)$ ***в точке*** x_0 ***равно тангенсу угла наклона*** α ***касательной прямой к графику функции в этой точке по отношению к оси абсцисс*** (рисунок 2.3).

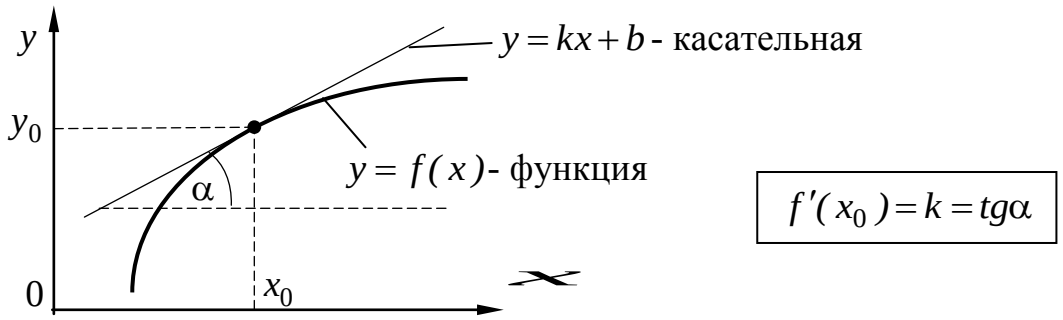


Рисунок 2.3 − Графический смысл производной функции

Алгоритм кинематического анализа методом диаграмм следующий.

1. На основе планов положений механизма строят ***диаграмму перемещения*** исследуемого звена (или точки) в зависимости от времени t (или обобщенной координаты φ) в течение цикла.

2. Выполняют ***графическое дифференцирование*** диаграммы перемещения. В результате получают ***диаграмму скорости*** рассматриваемого звена (или точки) в зависимости от того же параметра t (или φ).

3. Графическим дифференцированием графика скорости выстраивают ***диаграмму ускорения*** звена (или точки).

Графическое дифференцирование выполняют ***методами касательных*** или ***хорд***. При этом исходную кривую (функцию) называют ***интегральной***, а кривую её производную – ***дифференциальной***.

Между интегральной и дифференциальной кривыми существует взаимосвязь:

− экстремальным значениям интегральной кривой соответствуют нулевые значения дифференциальной кривой;

− точкам перегиба интегральной кривой соответствуют экстремальные значения дифференциальной;

− возрастающим значениям интегральной кривой соответствуют положительные значения кривой дифференциальной, а убывающим – отрицательные;

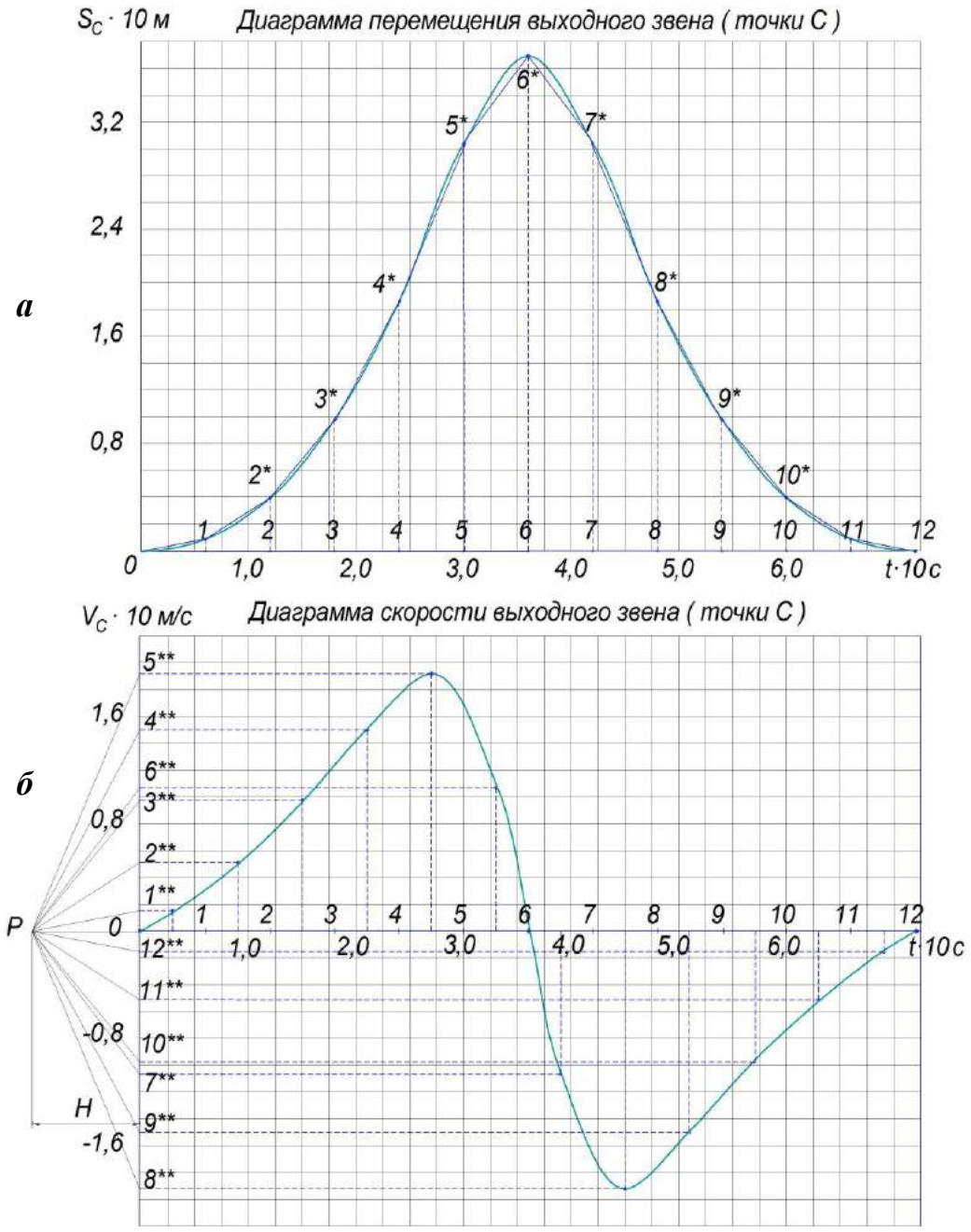


Рисунок 2.4 − Определение скорости 5-го звена механизма (рисунок 2.2) методом графического дифференцирования диаграммы его перемещения

− ординаты дифференциальной кривой в начале и конце цикла движения одинаковы;

− касательные к дифференциальной кривой, проведенные в точках начала и конца цикла, параллельны.

Органическим недостатком метода диаграмм является невысокая точность, причем она возрастает после каждого дифференцирования. Таким образом, наибольшие погрешности возникают при определении ускорений.

2.4. Графоаналитический метод определения скоростей и ускорений

Графоаналитический метод определения скоростей и ускорений основан на следующих положениях кинематики точки и твердого тела.

1. ***При плоскопараллельном движении тела задача определения его скорости и ускорения сводится к определению:***

− скорости $\bar{v}$ и ускорения $\bar{a}$ хотя бы одной его точки;

− угловой скорости ω и углового ускорения ε этого тела.

2. Угловые скорости и ускорения звеньев вычисляются аналитически по правилам (рисунок 2.5 *а*):

− угловая скорость тела равна отношению скорости какой-либо его точки при ее движении относительно другой его точки (полюса) на расстояние между ними;

− угловое ускорение тела равно отношению тангенциального ускорения какой-либо его точки при её движении относительно другой его точки (полюса) на расстояние между ними.

3. ***Если два звена i и j соединены друг с другом поступательной парой, то их угловые кинематические параметры (угловые перемещения, скорости и ускорения) одинаковы*** (рисунок 2.5 *б*).

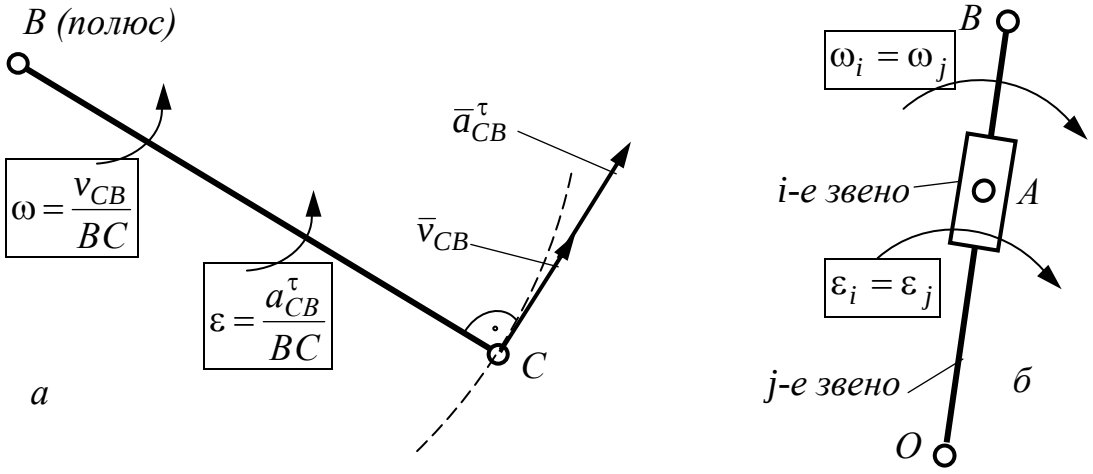


Рисунок 2.5 − К определению угловых скоростей и ускорений звеньев

4. Скорости и ускорения точек определяют графоаналитическим методом ***планов скоростей и ускорений***. При этом используют две теоремы кинематики:

− теорема сложения скоростей (или ускорений) точки при плоскопараллельном движении тела (рисунок 2.6);

− теорема сложения скоростей (или ускорений) точки при сложном ее движении (рисунок 2.7).

План скоростей (ускорений) механизма *− многоугольник, составленный из векторов абсолютных и относительных скоростей (ускорений) отдельных точек механизма в конкретном его положении.*

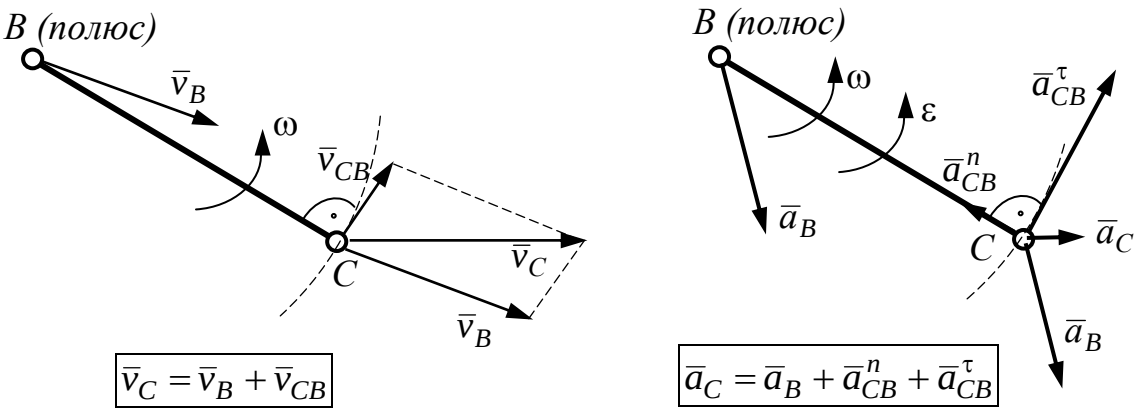


Рисунок 2.6 − К теоремам сложения скоростей и ускорений точки при плоскопараллельном движении тела

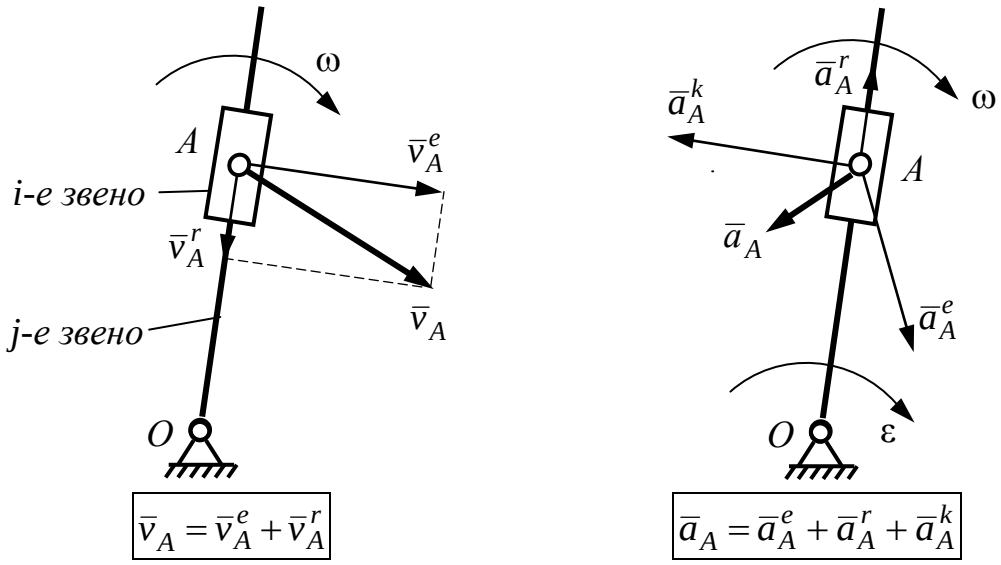


Рисунок 2.7 − К теоремам сложения скоростей и ускорений точки при сложном её движении

План скоростей (ускорений) механизма состоит из планов, выстроенных для всех его структурных групп Ассура из единого неподвижного центра − ***полюса плана***.

План скоростей (ускорений) группы Ассура *является графическим решением векторных уравнений, составленных для определения скорости (ускорения) конкретной точки в этой группе.*

Планы скоростей и ускорений обладают следующими свойствами.

1. ***Абсолютные скорости (или ускорения) точек на планах изображаются векторами, выходящими из единого центра − полюса плана p (или π).***

2. ***Относительные скорости (или полные относительные ускорения) точек на планах изображаются векторами, соединяющими вершины векторов их абсолютных скоростей (или ускорений)***.

3. ***Свойства подобия планов скоростей и ускорений:***

− фигура, образуемая вершинами векторов абсолютных скоростей точек каждого звена на плане, подобна фигуре, образованной этими точками на самом звене, при этом она повернута на 90^0 относительно звена в сторону его относительного вращения ω;

− фигура, образуемая вершинами векторов абсолютных ускорений точек каждого звена на плане, подобна фигуре, образуемой этими точками на самом звене, при этом она повернута на угол $\alpha = \pi - arctg\,\frac{\varepsilon}{\omega^2}$ ***(где ω, ε − угловые скорость и ускорение звена) относительно звена в сторону его углового ускорения ε.***

2.5. Общая методика построения планов скоростей и ускорений плоских рычажных механизмов

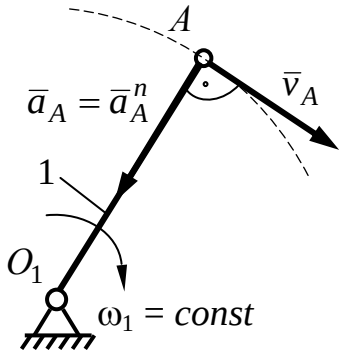
Рассмотрим общую методику на примере конкретной технологической машины (рисунок 2.2). Исходными данными являются:

− кинематическая схема механизма (в 4-м положении);

− закон движения начального (входного) звена 1: $\omega_1 = const$.

Построение плана скоростей.

1. Рассматривается первичный механизм (звено 1, рисунок 2.8). Определяется скорость точки в кинематической паре, соединяющей его с ближайшей группой Ассура (точки *A*).

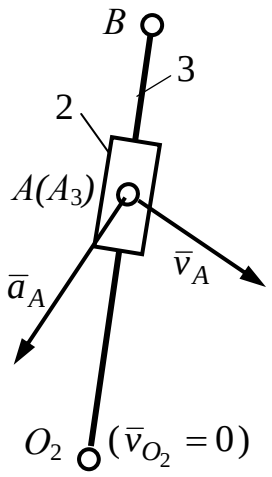


$$\boxed{v_A = \omega_1 \cdot |O_1 A|}$$

$$\boxed{a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot |O_1 A|}$$

Рисунок 2.8 – Кинематический анализ первичного механизма

2. Рассматривается ближайшая структурная группа (звенья 2-3, рисунок 2.9). В ней выбирается точка в средней кинематической паре (точка A_3). Составляются векторные уравнения (одно или два) для определения её скорости.



$$\bar{v}_{A_3} = \bar{v}_A + \bar{v}_{A_3A} = \bar{v}_{O_2} + \bar{v}_{A_3O_2}$$

$$v_B = v_{BO_2} = v_{A_3O_2} \cdot \frac{|O_2B|}{|O_2A_3|}$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_A + \bar{a}^k_{A_3} + \bar{a}_{A_3A} = \bar{a}_{O_2} + \bar{a}^n_{A_3O_2} + \bar{a}^\tau_{A_3O_2}$$

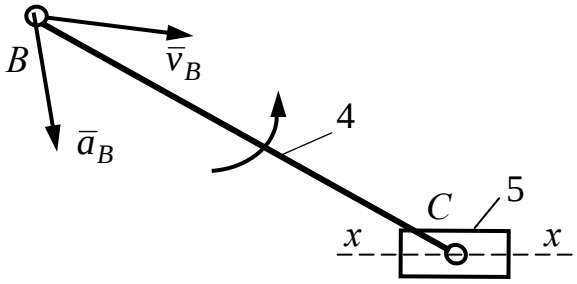
$$a_B = a_{BO_2} = a_{A_3O_2} \cdot \frac{|O_2B|}{|O_2A_3|}$$

Рисунок 2.9 – Кинематический анализ структурной группы из 2-го и 3-го звеньев рычажного механизма (см. рисунок 2.2)

3. Уравнения скоростей решают графически, построением векторного многоугольника − плана скоростей рассматриваемой группы Ассура. Из плана находят скорость рассматриваемой точки.

4. По свойству подобия планов скоростей определяется скорость точки в кинематической паре, соединяющей рассмотренную группу со следующей, в последовательности образования механизма (точка *B*, рисунок 2.9).

5. Для каждой последующей группы Ассура выполняются действия, аналогичные пунктам 2−4 (рисунок 2.10). Их планы скоростей выстраиваются из общего полюса (*p*). В итоге будет получен общий план скоростей механизма для данного положения (рисунок 2.11).



$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}^n_{CB} + \bar{a}^\tau_{CB}$$

Рисунок 2.10 – Кинематический анализ структурной группы из 4-го и 5-го звеньев рычажного механизма (см. рисунок 2.2)

Построение плана ускорений.

Ускорения точек находят схожим образом. В том же порядке, для тех же точек входного звена и групп Ассура, по тем же теоремам составляются векторные уравнения ускорений. Их решают графически построением в итоге плана ускорений механизма (рисунки 2.8−2.11).

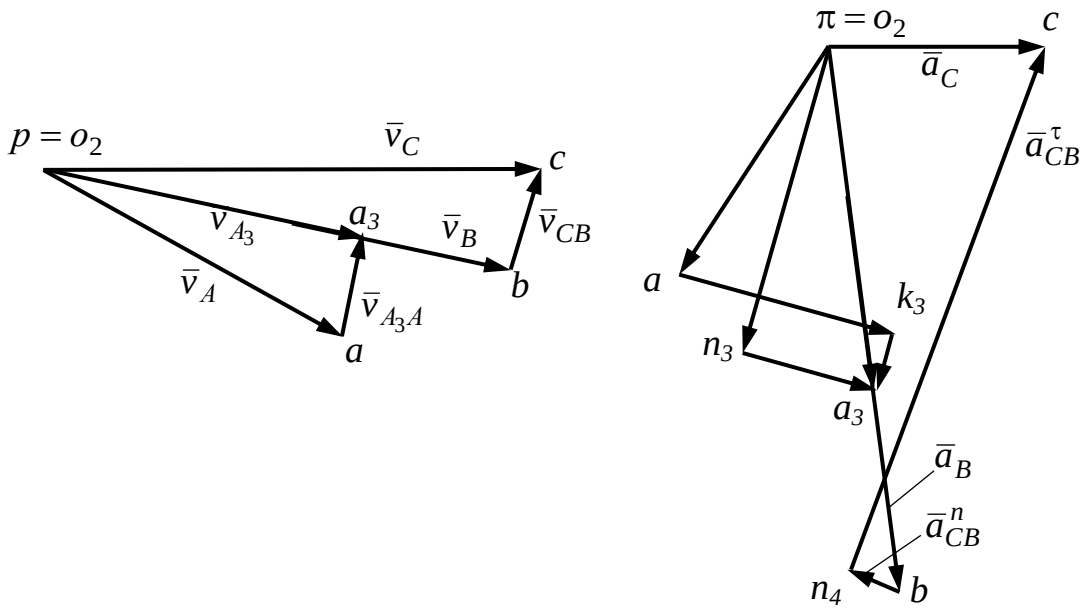


Рисунок 2.11 – Планы скоростей и ускорений механизма (см. рисунок 2.2) для его 4-го положения

Планы скоростей и ускорений механизма можно построить даже если закон движения начального звена не задан. Действительно, для этого достаточно иметь лишь кинематическую схему механизма в исследуемом положении. В таком случае выстраивают ***планы возможных скоростей и ускорений***. Они будут геометрически подобны действительным планам, соответствующим любой возможной скорости ω_1.

ЛЕКЦИЯ № 3

1. Зубчатые механизмы: общие понятия, классификация.
2. Кинематика простой зубчатой передачи.
3. Кинематический анализ ступенчатых передач.
4. Планетарные механизмы: основные понятия, классификация.
5. Кинематический анализ планетарных механизмов.

Г Л А В А 2. К И Н Е М А Т И Ч Е С К И Й А Н А Л И З З У Б Ч А Т Ы Х М Е Х А Н И З М О В

2.6. Зубчатые механизмы: общие понятия, классификация

Зубча́тые механизмы *− содержат хотя бы одно зубчатое зацепление (или зубчатую пару*).

Зубча́тое зацепление *− высшая кинематическая пара, образованная последовательно соприкасающимися элементами двух звеньев (зубьями)*. Чаще всего эти звенья являются зубчатыми колесами.

Зубча́тое колесо *− звено с замкнутой системой зубьев, обеспечивающее непрерывное движение другого зубчатого звена*.

Частными случаями таких звеньев можно считать ***зубчатую рейку***, ***зубчатый сектор***, ***червяк***.

Зубчатые механизмы обычно выполняют функцию ***передаточных механизмов***. Они предназначены *воспроизводить требуемую функциональную зависимость между перемещениями ведущих и ведомых звеньев*, т.е. используются для преобразования и согласования движений.

Простые зубчатые передачи *− состоят из двух колес (звеньев)*. Их применение ограничено рациональным пределом кратности преобразования частоты вращения. Обычно не более 10. Иначе чрезмерно возрастают габаритные размеры одного из колес и всего механизма.

Классификация простых передач

1. По взаимному расположению геометрических осей колес бывают:

− ***с параллельными осями колес (цилиндрические)*** (рисунок 2.12 *а, б*);

− ***с пересекающимися осями колес (конические)*** (рисунок 2.12 *г*);

− ***с перекрещивающимися осями колес (гиперболоидные: винтовые, червячные, гипоидные)*** (рисунок 2.12 *д, е, ж*).

Цилиндрические передачи относятся к плоским механизмам, а остальные к пространственным.

2. По типу рабочего профиля зубьев:

− ***с эвольвентным профилем;***

− ***с циклоидальным профилем;***

− ***с профилем, очерченным по дуге окружности*** (по М.Л. Новикову).

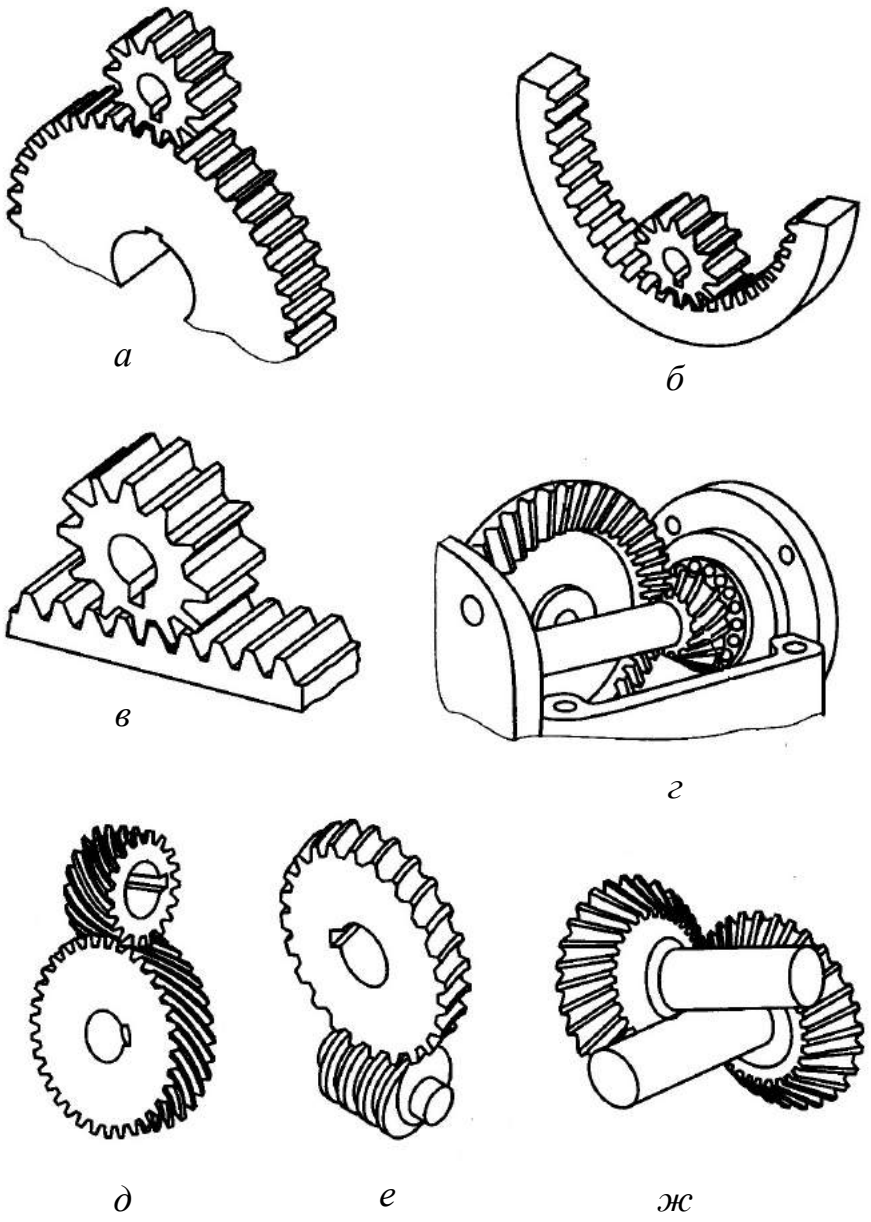


Рисунок 2.12 − Виды простых зубчатых передач

3. По характеру зубчатого зацепления цилиндрические передачи бывают:

− ***внешнего зацепления*** (рисунок 2.12 *а*);

− ***внутреннего зацепления*** (в них одно из колес – зубчатый венец с зубьями на внутренней поверхности цилиндра) (рисунок 2.12 *б*);

− ***с реечным зацеплением*** (одно звено – зубчатая рейка) (рисунок 2.12 *в*).

Зубчатые передачи, состоящие более чем из двух колес (звеньев), называют ***сложными (многозвенными)***.

Сложные зубчатые передачи в зависимости от характера изменения скоростей вращения выходных звеньев разделяют на группы:

− ***редукторы и мультипликаторы*** *– обеспечивают уменьшение либо увеличение скоростей вращения выходных звеньев*;

− ***коробки передач (скоростей)*** *– обеспечивают различные варианты ступенчатого изменения скоростей вращения выходных звеньев*;

− ***реверсивные механизмы*** *– позволяют попеременно изменять направление вращения выходных звеньев на противоположное*;

В зависимости от подвижности геометрических осей колес сложные передачи делят на:

− ***обыкновенные*** *(****ступенчатые*** или ***многоступенчатые***) − *с неподвижными осями всех колес*;

− ***планетарные*** − *оси некоторых колес подвижны*.

Среди ступенчатых передач иногда выделяют ***рядовые*** (или ***рядные****)* передачи.

В ***рядовых зубчатых передачах (***или ***зубчатых рядах)*** *каждое колесо расположено на отдельной оси или валу* (рисунок 2.13 *а*).

Количество колес здесь равно числу звеньев. Их применяют для передачи вращения при больших межосевых расстояниях либо для изменения направления вращения (***реверса***). Возможность преобразования скорости в них ограничена, как и у простых передач. В этих механизмах все промежуточные колеса (кроме входного и выходного) называют ***паразитными***, т.к. они не влияют на кратность изменения частоты вращения выходного колеса.

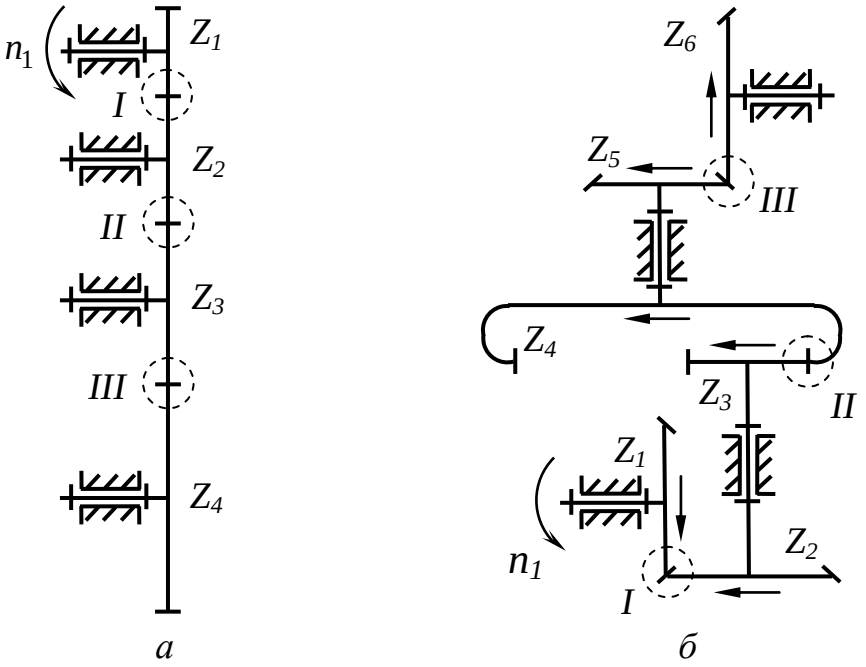


Рисунок 2.13 − Рядовая и ступенчатая зубчатые передачи

Ступенчатые зубчатые передачи (рисунок 2.13 *б*) *имеют спаренные или блочные колеса, жестко связанные между собой, т.е. закрепленные на общих валах*. Эти механизмы позволяют обеспечить преобразование вращения практически любой кратности, поэтому чаще используются в технике.

Ступенью зубчатой передачи *называют пару колес в зацеплении с неподвижными геометрическими осями* (рисунок 2.13 *а, б*).

2.7. Кинематика простой зубчатой передачи

При схематичном изображении зубчатых механизмов колеса удобно показывать их ***начальными окружностями*** (или ***центроидами***) − *окружностями, касающимися друг друга и перекатывающимися друг относительно друга без скольжения* (радиусов r_w) (рисунок 2.14).

Полюс зацепления *(P) − точка соприкосновения начальных окружностей колес (центроид).*

Свойство зубчатой передачи преобразовывать вращение характеризуется её ***передаточным отношением***.

Передаточным отношением *(U_{ij}) между i-м ведущим звеном и j-м ведомым называется отношение их угловых скоростей (или их аналогов).*

Общепринятым аналогом угловой скорости ω в технике является ***частота вращения*** *(n)*, измеряемая количеством оборотов в единицу времени (обычно за минуту). Тогда

$$U_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j} = \frac{n_i}{n_j}.$$

Если оси колес параллельны (цилиндрические зубчатые передачи), то передаточному отношению присваивается знак « + » или « – »:

U_{ij} < 0, при внешнем зубчатом зацеплении (рисунки 2.14), когда направления вращения колес противоположны;

U_{ij} > 0, при внутреннем зубчатом зацеплении (рисунок 2.12 *б*), когда колеса вращаются в одном направлении.

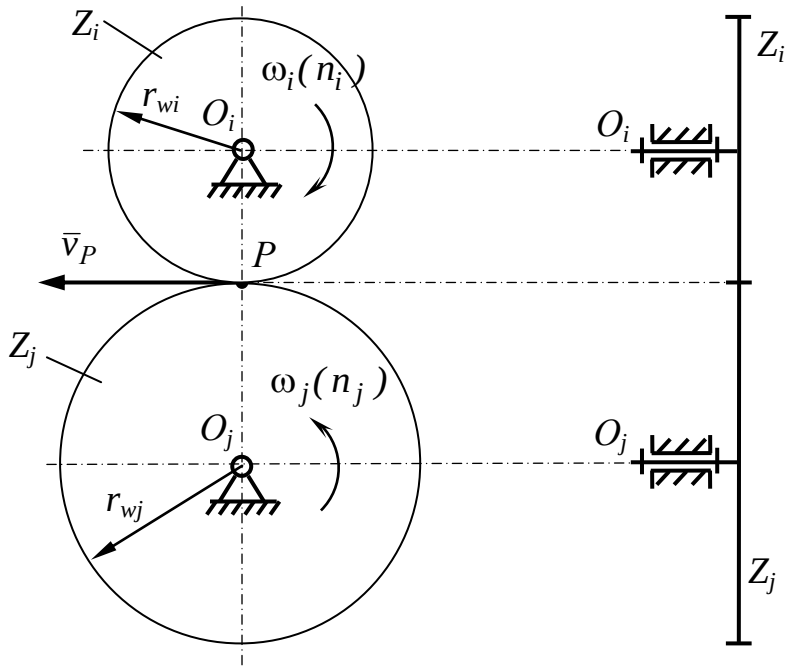


Рисунок 2.14 − Простая зубчатая передача − эскиз и кинематическая схема

Передаточное отношение простой передачи параметр конструктивный, не зависящий от режима её работы. Его удобнее выражать через геометрические характеристики колес, например, радиусы их начальных окружностей − r_w, их диаметры или количество зубьев − z. В таком случае имеет место обратно пропорциональная зависимость. Например, для цилиндрических передач:

$$U_{ij} = \pm\frac{r_{wj}}{r_{wi}} = \pm\frac{z_j}{z_i}.$$

Кроме того, для простых передач существует понятие ***передаточного числа*** (*U*) *как отношения количества зубьев большего колеса* z_k *к меньшему* $z_ш$. При этом *меньшее колесо называют* ***шестерней***. Передаточное число всегда положительное, больше или равно единице:

$$U = \frac{z_к}{z_ш} \geq 1 .$$

2.8. Кинематический анализ ступенчатых передач

Целью кинематического анализа сложных зубчатых передач *является определение по заданной скорости вращения входного колеса скоростей остальных колес, а также общего передаточного отношения механизма.*

Общее передаточное отношение *сложной зубчатой передачи находится как отношение угловых скоростей (или их аналогов) входного звена к выходному.*

$$U_{общ} = \frac{\omega_{вх}}{\omega_{вых}} = \frac{n_{вх}}{n_{вых}}.$$

У ступенчатых передач, как и у простых, общее передаточное отношение не зависит от режима их движения. Оно определяется только конструктивными параметрами: размерами колес, их количеством, характером зацепления (внутреннее, внешнее). Поэтому его также можно выразить через числа зубьев колес.

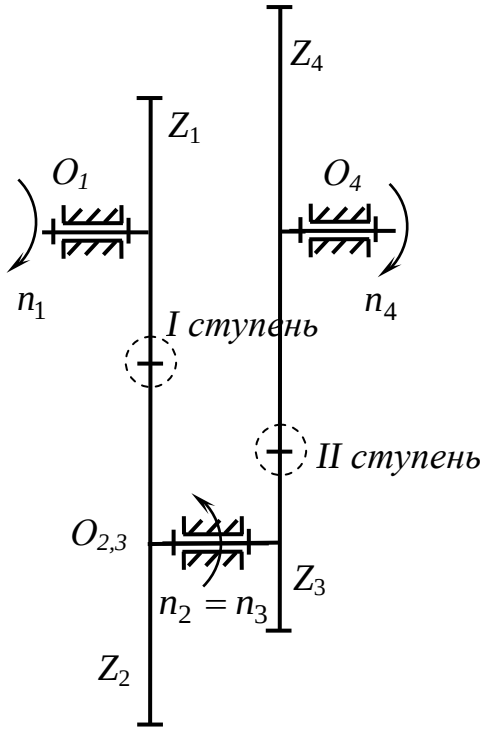
Общее передаточное отношение ступенчатой зубчатой передачи равно произведению передаточных отношений всех её ступеней.

Например, для цилиндрической двухступенчатой передачи (рисунок 2.15), учитывая, что колеса 2 и 3 сблокированы (т.е. $n_2 = n_3$), имеем

$$U_{общ} = \frac{n_{вх}}{n_{вых}} = U_I \cdot U_{II} = U_{12} \cdot U_{34} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} = \frac{n_1}{n_4}.$$

Или иначе:

$$U_{общ} = U_I \cdot U_{II} = U_{12} \cdot U_{34} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$



Z_1 − входное колесо

Z_4 − выходное колесо

Z_2, Z_3 − блок промежуточных колес

Рисунок 2.15 − Цилиндрическая двухступенчатая зубчатая передача

Для ***рядовой зубчатой передачи*** (рисунок 2.13 *а*) можно доказать, что ***общее передаточное отношение равно отношению соответствующих размеров выходного колеса к входному и не зависит от количества и размеров промежуточных (паразитных) колес***.

$$U_{общ} = U_I \cdot U_{II} \cdot U_{III} = U_{12}U_{23}U_{34} = -\frac{z_2}{z_1}\left(-\frac{z_3}{z_2}\right)\left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = -\frac{z_4}{z_1} = -\frac{z_{вых}}{z_{вх}}.$$

2.9. Планетарные механизмы: основные понятия, классификация

Планетарные (или эпициклические) − *сложные зубчатые механизмы, в которых геометрические оси некоторых колес подвижны* (рисунок 2.16).

Планетарные механизмы широко распространены в различных областях техники: от сельскохозяйственных машин, тракторов и автомобилей до авиации и прецизионных приборов. Они позволяют обеспечить большие передаточные отношения при компактных размерах, малой массе и количестве колес. Способны суммировать независимые движения нескольких приводов или наоборот выполнять разложение мощности одного источника энергии на несколько потоков.

С другой стороны, планетарные механизмы предъявляют повышенные требования к точности изготовления и монтажа колес, к соосности валов. Их механический КПД ниже, чем у обыкновенных передач, особенно при больших передаточных отношениях.

В составе любого планетарного механизма имеются звенья 3-х типов:

– ***сателлиты***;

– ***водило***;

– ***центральные зубчатые колеса***.

Сателлиты *(*лат. *Satellites* – спутник*), или* ***планетарные колеса*** *− зубчатые колеса, геометрические оси которых подвижны*. Они совершают сложное движение: вращаются вокруг своих осей и двигаются вместе с ними вокруг ***центральной геометрической оси механизма***.

Оси сателлитов закреплены в звене, называемом ***водилом***.

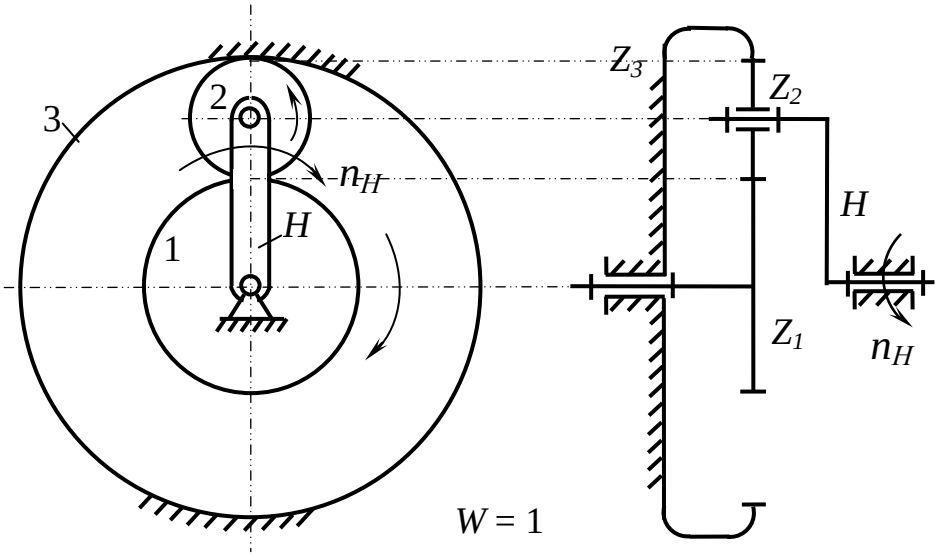
Водило *– кривошип, вращающийся вокруг центральной оси механизма и несущий оси сателлитов*. В общем случае водило не является зубчатым колесом. На схемах его обозначают буквой *H* (нем. ***Hebel*** – рычаг).

Центральные (или ***основные) зубчатые колеса*** *− имеют неподвижные геометрические оси, совпадающие с центральной осью механизма, и образуют зацепления с сателлитами*. Центральные колеса могут быть неподвижными и тогда называются ***опорными***.

Различают ***солнечные*** и ***эпициклические*** центральные колеса.

Солнечные *– центральные колеса с внешними зубьями, вокруг которых обкатываются сателлиты*.

Эпициклические (коронные или ***кольцевые)*** *– центральные колеса с внутренними зубьями*.



1 − солнечное центральное колесо; 2 − сателлит;
3 − эпициклическое центральное колесо (опорное); *H* − водило

Рисунок 2.16 − Планетарная передача − эскиз и кинематическая схема

Функционально планетарные механизмы можно разделить на три типа.

1. ***Планетарные передачи*** *− имеют опорное центральное колесо и одну степень подвижности (W = 1)* (рисунок 2.16). Используются как понижающие или повышающие передачи.

Если опорное колесо планетарной передачи освободить и сообщить ему вращение, то планетарный механизм станет дифференциальным.

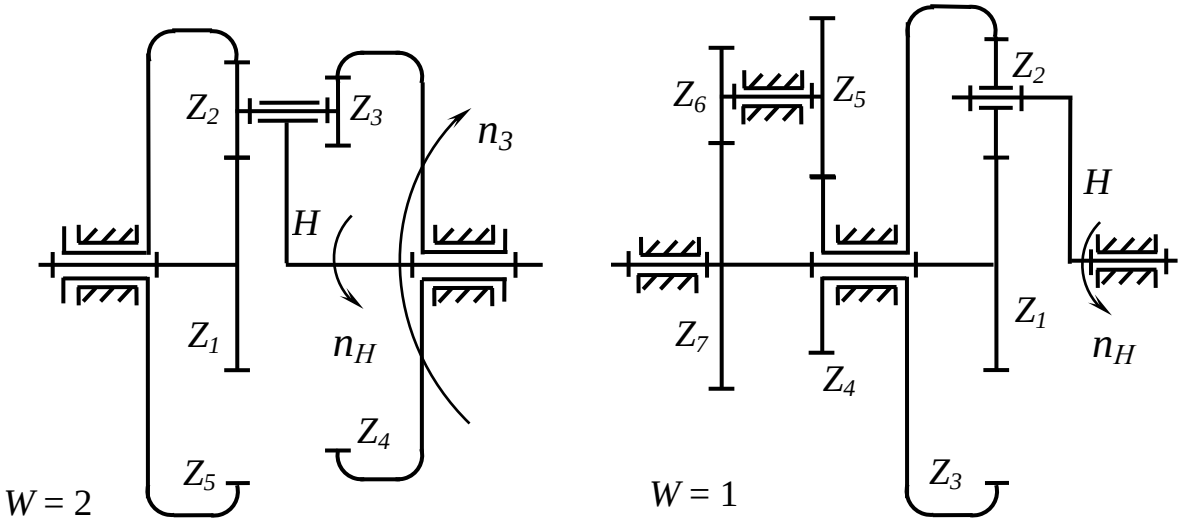
2. ***Дифференциальные механизмы (дифференциалы)*** *− без опорных колес, с несколькими степенями подвижности* ($W > 1$). Как правило, $W = 2$, поэтому они имеют два входных (или выходных) звена (рисунок 2.17 *а*).

Назначение дифференциалов – суммировать два (или более) различных движения либо наоборот, распределять заданное движение между несколько независимыми потребителями.

Если два звена дифференциального механизма, оси которых неподвижны (водило или центральные колеса), соединить между собой дополнительной зубчатой передачей, то получится замкнутый дифференциал.

3. ***Замкнутые дифференциалы (с кинематическим замыканием)*** *− имеют одну степень подвижности (W = 1), но без опорных колес.*

Конструктивно они представляют комбинацию двух механизмов: планетарного и ступенчатого, который в данном случае называют ***замыкающим*** (рисунок 2.17 *б*). Он обеспечивает дополнительную кинематическую связь между двумя центральными звеньями дифференциала. Благодаря этому его степень подвижности снижается до $W = 1$. Функционально эти механизмы используются в качестве понижающих или повышающих передач.



а *б*

Рисунок 2.17 − Схемы дифференциальных механизмов

2.10. Кинематический анализ планетарных механизмов

Из-за наличия колес с подвижными осями (сателлитов) и водила, которое не является зубчатым колесом, кинематическое исследование планетарных механизмов отличается от расчета обыкновенных ступенчатых передач.

Используется специальный ***метод обращенного движения (инверсии)***. В частности при расчетах планетарных механизмов его называют ***методом Виллиса*** (англ. Robert Willis, 1800−1875).

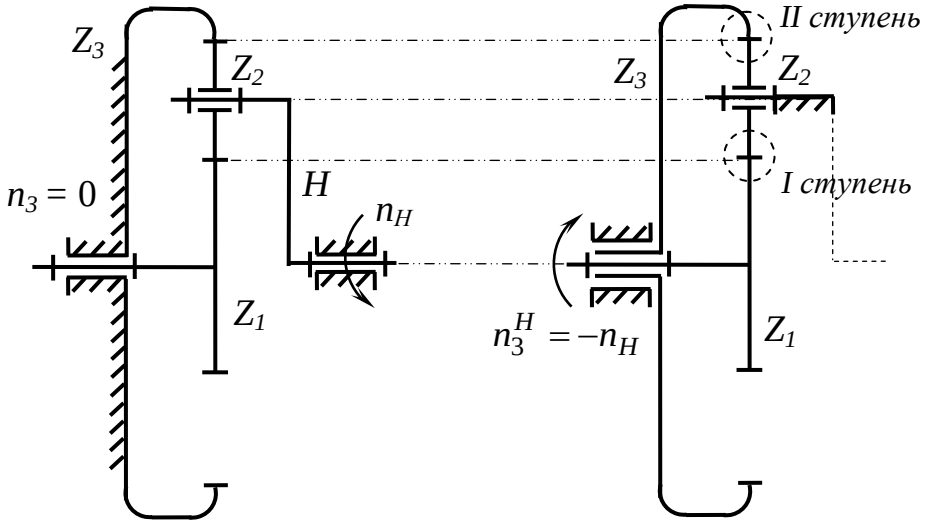
Мысленно всем звеньям планетарного механизма (в том числе и опорному колесу) сообщается дополнительное вращение со скоростью, равной скорости водила H, но противоположно ему направленное. Тогда водило как бы останавливается, и планетарный механизм обращается в обыкновенный ступенчатый с неподвижными осями всех колес. В обращенном механизме абсолютные движения колес изменились, а относительные их движения сохраняются. Выражая передаточные отношения между ними через числа зубьев, находят скорости вращения звеньев исходного планетарного механизма.

Например, рассчитаем планетарную передачу с солнечным колесом 1, опорным коронным 3 и сателлитом 2 (рисунок 2.18 *а*). Определим при заданной частоте вращения водила n_H (об/мин) и числах зубьев колес z_1, z_2, z_3 скорости солнечного колеса и сателлита, а также общее передаточное отношение передачи.

Применим метод Виллиса. В результате инверсии получим 2-ступенчатую рядную передачу (рисунок 2.18 *б*). Частоты вращения её колес станут равны:

$$n_1^H = n_1 - n_H;$$
$$n_2^H = n_2 - n_H;$$
$$n_3^H = n_3 - n_H = -n_H.$$

Здесь надстрочный символ *H* означает, что данный параметр определяется при мысленно остановленном водиле.



Исходный планетарный механизм

Обращенная 2-ступенчатая передача

Рисунок 2.18 − Инверсия при кинематическом расчете планетарной передачи

Передаточные отношения образовавшихся ступеней выражаются как

$$\text{I ступень:}\quad \begin{cases} U_{12}^{H} = \dfrac{n_1^H}{n_2^H} = \dfrac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H}, \\ U_{12}^{H} = -\dfrac{z_2}{z_1}, \end{cases} \quad => \quad \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = -\frac{z_2}{z_1}, \qquad (1)$$

$$\text{II ступень:}\quad \begin{cases} U_{23}^{H} = \dfrac{n_2^H}{n_3^H} = \dfrac{n_2 - n_H}{-n_H}, \\ U_{23}^{H} = \dfrac{z_3}{z_2}. \end{cases} \quad => \quad \frac{n_2 - n_H}{-n_H} = \frac{z_3}{z_2}. \qquad (2)$$

Соотношения между скоростями вращения колес и количеством их зубьев при остановленном водиле называют ***формулами Виллиса***.

Из (2) вычисляется n_2. Затем из (1) находится частота вращения солнечного колеса n_1. Общее передаточное отношение определяется по общему правилу, как отношение частот вращения входного звена (водила) к выходному (солнечному колесу):

$$U_{общ} = U_{H1} = \frac{n_H}{n_1}.$$

Общее передаточное отношение планетарных передач, как и ступенчатых, не зависит от режима движения, а определяется только их конструктивными параметрами. Поэтому его также можно выразить через количество зубьев колес по следующему правилу.

Общее передаточное отношение планетарной передачи от центрального i-го колеса к водилу H (при опорном j-м колесе) равно единице минус передаточное отношение от этого же i-го колеса к опорному j-му в обращенном механизме (при остановленном водиле):

$$U_{общ} = U_{iH} = 1 - U_{ij}^{H}.$$

И наоборот, если входное звено – водило, а выходное – *i*-е центральное колесо, то

$$U_{общ} = U_{Hi} = \frac{1}{U_{iH}} = \frac{1}{1 - U_{ij}^{H}}.$$

Тогда для рассмотренного примера имеем

$$U_{общ} = U_{H1} = \frac{1}{U_{1H}} = \frac{1}{1 - U_{13}^{H}} = \frac{1}{1 - U_{12}^{H} \cdot U_{23}^{H}} = \frac{1}{1 - \left(-\dfrac{z_2}{z_1}\right).\dfrac{z_3}{z_2}} = \frac{1}{1 + \dfrac{z_3}{z_1}}.$$

Для дифференциалов это правило не применимо. Например, при $W = 2$ имеют место два общих передаточных отношения. Они зависят от режимов движения входных (или выходных) звеньев. Поэтому выразить их однозначно через размеры зубчатых колес невозможно.

ЛЕКЦИЯ № 4

1. Основные геометрические элементы зубчатого колеса.
2. Основная теорема зубчатого зацепления.
3. Эвольвента, уравнения эвольвенты, её свойства.
4. Свойства эвольвентного зацепления.
5. Коэффициент перекрытия зубьев.
6. Основные методы изготовления зубчатых колес.
7. Реечное станочное зацепление.
8. Особенности корригированных колес.
9. Подрезание зубьев.

ГЛАВА 3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

2.11. Основные геометрические элементы зубчатого колеса

Рассмотрим сечение зубчатого колеса плоскостью, перпендикулярной его оси вращения (рисунок 2.19).

Зубчатый венец колеса состоит из ***зубьев*** и ***впадин***. Они ограничены по высоте ***окружностью вершин*** (радиуса r_a) и ***окружностью впадин*** (r_f).

Шаг зубьев − *расстояние между одноименными частями соседних зубьев, измеряемое вдоль дуги какой-либо окружности колеса*.

Очевидно, что каждой окружности соответствует свой шаг. Поэтому вводится базовая окружность, шаг вдоль которой соответствует некоторому стандартному значению − p. Её называют ***делительной окружностью*** (радиус − r). Она делит зуб по высоте на ***головку*** и ***ножку***. Шаг по делительной окружности складывается из ***толщины зуба*** − s и ***ширины межзубовой впадины*** − e,

$$p = s + e .$$

Угловой шаг τ (или ***шаговый угол***) − *центральный угол колеса, опирающийся на дугу, равную шагу*. Он равен:

$$\tau = 360^0 / z \qquad \text{или} \qquad \tau = 2\pi / z .$$

Длина делительной окружности может быть выражена через ее радиус r, шаг p и количество зубьев z:

$$l = 2\pi r = pz .$$

Откуда диаметр делительной окружности d вычисляется как

$$d = (p / \pi) z = mz .$$

Здесь параметр m называют ***модулем зубьев*** колеса.

Модуль зубьев − *это отношение диаметра делительной окружности колеса к количеству его зубьев* ($m = d / z$) либо *отношение шага зубьев вдоль делительной окружности к числу* π ($m = p / \pi$).

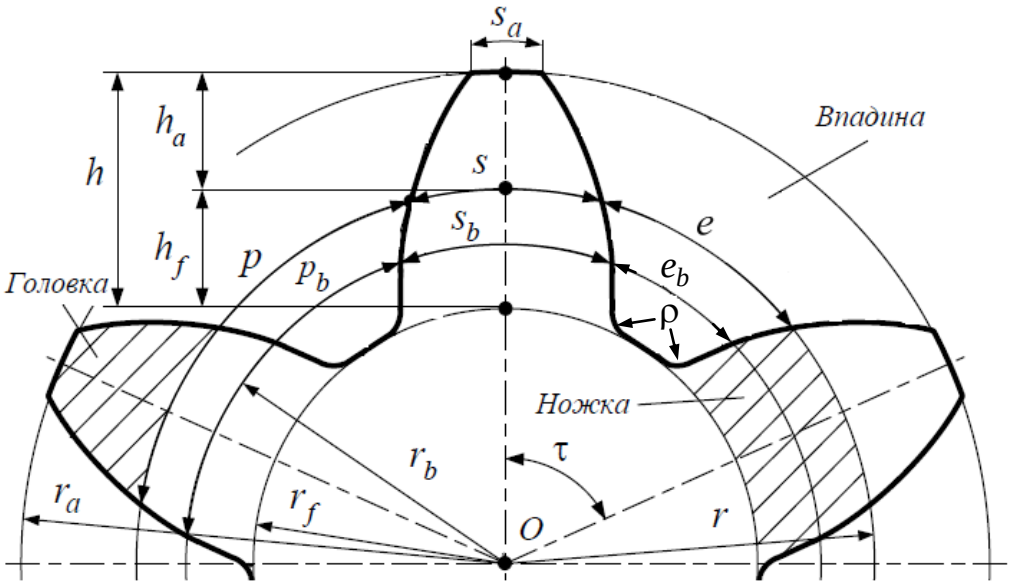


Рисунок 2.19 − Основные геометрические элементы зубчатого колеса

Модуль зубьев – величина стандартная, измеряемая в миллиметрах. Через него можно выразить все размеры зубчатого колеса. В отечественном машиностроении величина модуля регламентируется ГОСТ 9563-60 (в пределах от 0,05 до 100 мм).

Например, геометрические параметры ***нулевых*** или ***нормальных колес***, *у которых шаг по делительной окружности − равноделённый (т.е. толщина зуба равна ширине впадины* − $s = e = p/2$), определяются с помощью модуля как:

− ***высота головки зуба***

$h_a = h_a^* \cdot m = m$ (где $h_a^* = 1{,}0$ − ***коэффициент высоты головки зуба***);

− ***высота ножки зуба***

$h_f = h_f^* \cdot m = 1{,}25m$ ($h_f^* = 1{,}25$ − ***коэффициент высоты ножки зуба***);

− ***высота зуба***

$h = h_a + h_f = (h_a^* + h_f^*)m = 2{,}25m$;

− ***радиус окружности вершин***

$r_a = r + h_a = (z/2 + h_a^*)m = r + m$;

− ***радиус окружности впадин***

$r_f = r - h_f = (z/2 - h_f^*)m = r - 1{,}25m$;

− ***радиус перехода*** от рабочей боковой поверхности зуба к его впадине $\rho \approx 0{,}38m$.

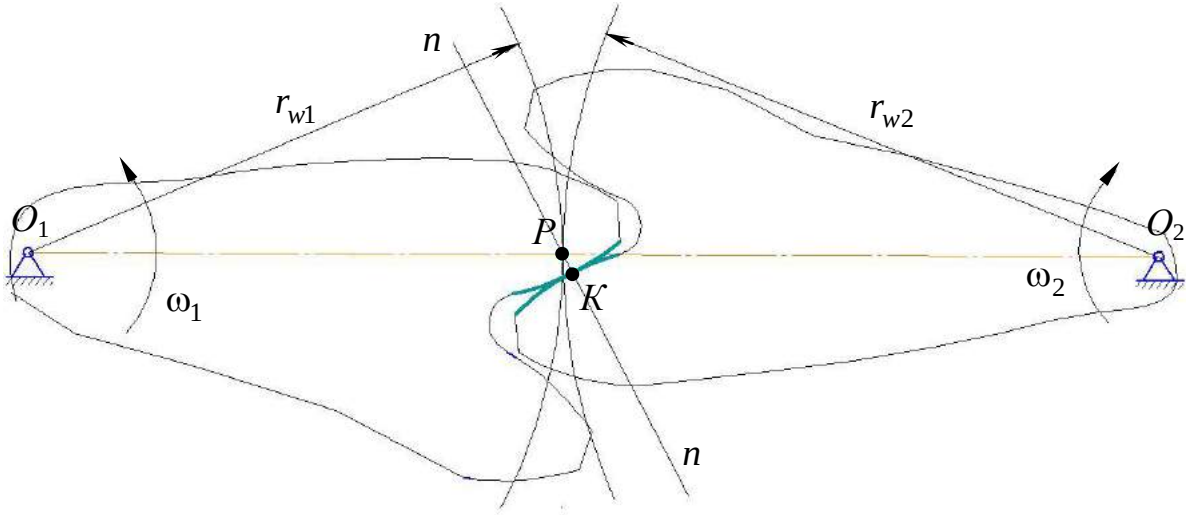
2.12. Основная теорема зубчатого зацепления

При работе зубчатых передач необходимо обеспечить постоянство передаточного отношения при взаимодействии каждой пары зубьев. Очевидно, что это зависит от формы их боковых рабочих профилей.

Для цилиндрических колес эта форма регламентируется ***основной теоремой плоского зубчатого зацепления (теоремой Виллиса): общая нормаль (n-n) к сопряженным профилям зубьев, проведенная в точке их контакта К, где в любой момент времени должна делить межцентровое расстояние колес*** O_1O_2 ***на части, обратно пропорциональные их угловым скоростям, т.е. проходить через полюс их зацепления Р.***

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{|O_2P|}{|O_1P|} = const\,.$$

Таким образом, при взаимодействии зубьев общая нормаль к их боковым поверхностям не должна менять свое расположение.



.

Рисунок 2.20 − Схема зубчатого зацепления

Основной теореме зацепления отвечает огромное количество кривых. Поэтому конечный выбор формы зубьев обоснован требованиями дополнительными: кинематическими, динамическими, технологическими и др. В итоге в технике основное применение нашли три профиля:

− ***эвольвентный***;

− ***циклоидальный***;

− ***профиль по дуге окружности*** (зацепление М.Л. Новикова, 1954).

Наибольшую популярность получил эвольвентный профиль (около 80% всех передач). Он был обоснован Л. Эйлером (1707–1783). Его основные достоинства:

− простота, технологичность, низкая стоимость производства колес;

− допускает погрешности межосевого расстояния колес при монтаже;

− высокая изгибная прочность зубьев;

− широкая взаимозаменяемость колес, т.е. любые колеса одного модуля могут составить работоспособную пару.

Недостатками эвольвентного профиля являются:

− высокие удельные нормальные нагрузки на зубья;

− высокое относительное скольжение зубьев, следовательно, их повышенный и неравномерный износ.

2.13. Эвольвента, уравнения эвольвенты, её свойства

Эвольвента окружности *− кривая, описываемая любой точкой прямой (n-n) при перекатывании её без скольжения по окружности.*

При этом прямая *(n-n)* называется ***производящей прямой***, а окружность − ***основной*** (радиусом r_b) или ***эволютой*** (рисунок 2.21).

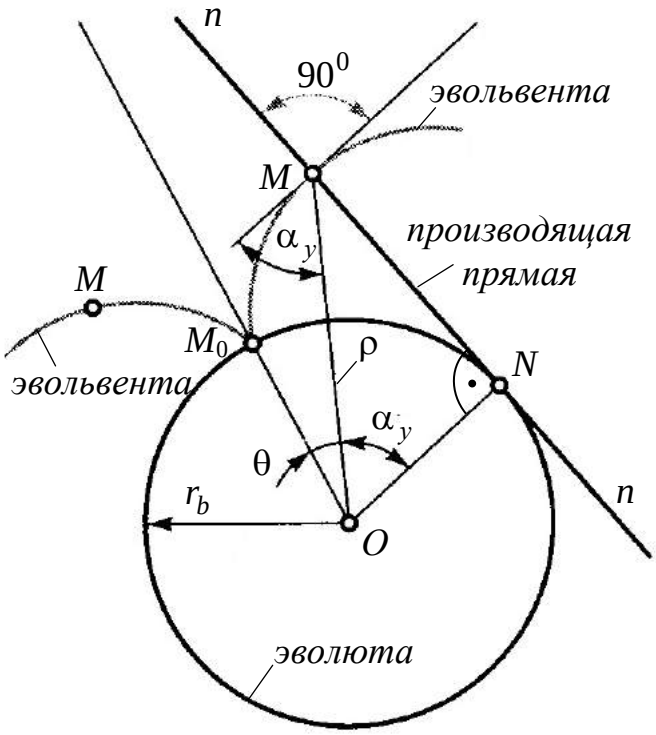


Рисунок 2.21 − Эвольвента окружности

Положение любой точки эвольвенты M принято определять в ***полярной системе координат*** с полюсом в центре основной окружности O и полярным лучом, проходящим через начальную точку эвольвенты $[OM_0)$.

Тогда положение текущей точки эвольвенты M задается двумя полярными координатами: радиальной и угловой.

Радиальная − ***полярный радиус-вектор*** – равна расстоянию от эвольвенты до полюса: $\rho = |OM|$.

Угловая − ***полярный угол*** θ (или ***эвольвентный угол)*** между полярным лучом $[OM_0)$ и текущим радиус-вектором $|OM|$.

Эти координаты принято выражать в зависимости от параметра α_y − ***угла профиля эвольвенты*** в текущей её точке, как:

$$\rho = \frac{r_b}{cos(\alpha_y)}; \qquad \theta = tg(\alpha_y) - \alpha_y = inv(\alpha_y).$$

Здесь функцию $inv(\alpha_y)$ называют ***инволютой*** (или ***эвольвентной функцией угла*** α_y).

Свойства эвольвенты:

- эвольвента имеет две симметричных ветви, начинающиеся на основной окружности и располагающиеся за её пределами;
- форма эвольвенты зависит только от радиуса основной окружности r_b, при его увеличении кривизна эвольвенты уменьшается, а при $r_b \to \infty$ эвольвента вырождается в прямую линию;
- все точки производящей прямой *(n-n)* при её перекатывании по основной окружности описывают одинаковые эвольвенты, равноудаленные друг от друга (***эквидистантные***);
- нормаль к эвольвенте в её любой точке *M* является её производящей прямой *(n-n)* и касательной к основной окружности;
- отрезок производящей прямой *(n-n)* от точки касания основной окружности до эвольвенты является разверткой дуги этой окружности от начала эвольвенты до точки касания $|NM| = \cup NM_0$ и равен радиусу кривизны эвольвенты в текущей её точке *M*; поэтому при удалении эвольвенты от основной окружности она теряет свою кривизну;
- совокупность центров кривизны всех точек эвольвенты есть эволюта − её основная окружность.

2.14. Свойства эвольвентного зацепления

Цилиндрические передачи с эвольвентным профилем зубьев обладают следующими свойствами (рисунок 2.22).

1. Постоянство передаточного отношения при взаимодействии каждой пары зубьев, равное отношению радиусов основных окружностей колес.

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = const\ .$$

2. Точка контакта зубьев *K* при их взаимодействии перемещается по прямой. Она является общей производящей для обеих эвольвент, т.е. касательной к их основным окружностям, и называется ***линией зацепления*** *(n−n)*. Различают два участка этой линии.

Теоретическая линия зацепления $|N_1N_2|$ *– находится между точками касания ее основных окружностей.* Контакт эвольвент теоретически возможен только в пределах этого участка.

Практическая (активная или ***рабочая) линия зацепления*** $|B_2B_1|$ *– находится между точками пересечения окружностей вершин зубьев* (r_a) *с линией зацепления (n−n).* На этом участке в действительности происходит контакт зубьев.

Плавность хода эвольвентной передачи будет обеспечена при условии, если практическая линия зацепления будет располагаться в пределах теоретической, т.е. $|B_2B_1| \le |N_1N_2|$.

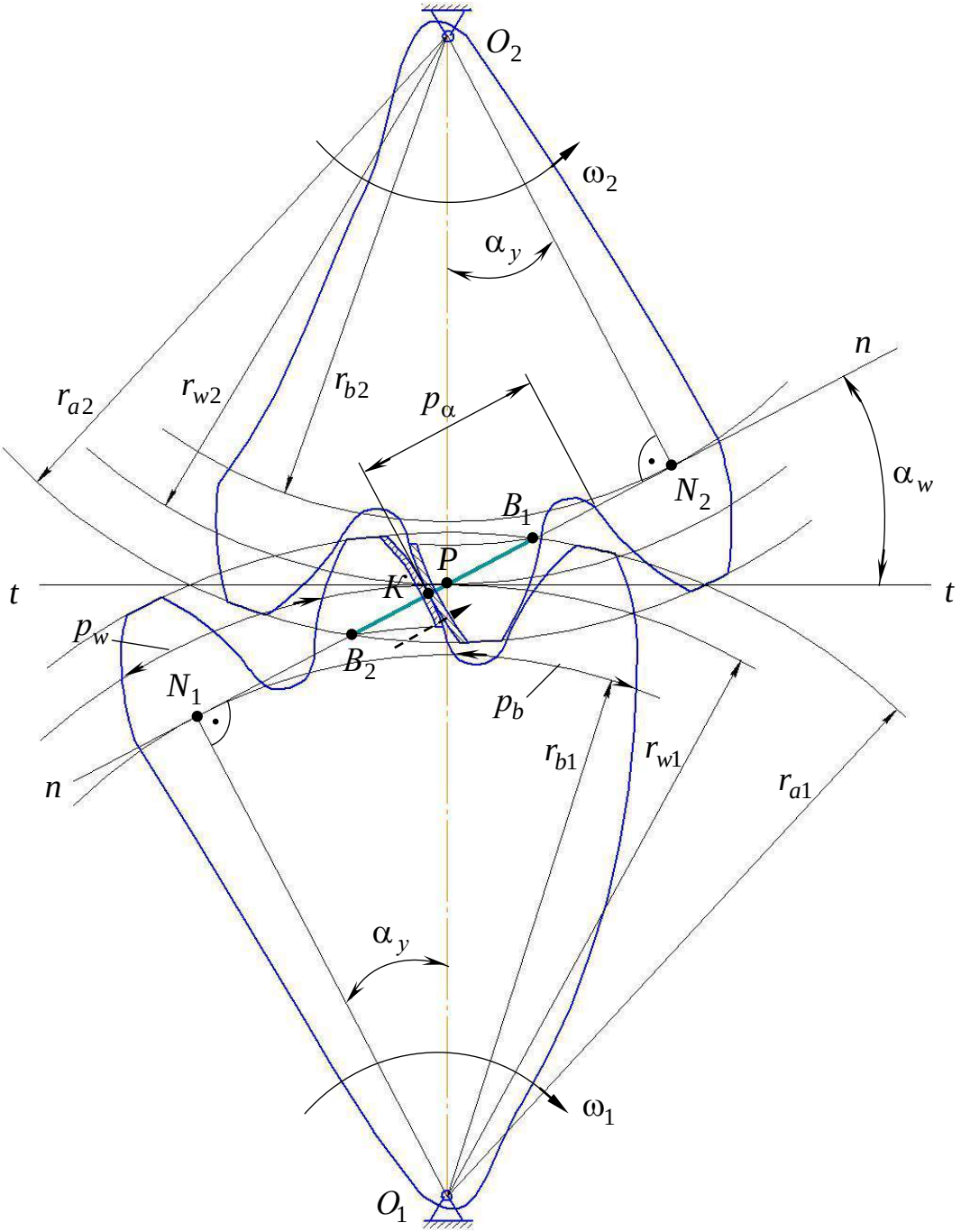


Рисунок 2.22 − Эвольвентное зацепление цилиндрических колес

3. Изменение межосевого расстояния $|O_1O_2|$ не влияет на передаточное отношение. Меняются качественные характеристики передачи: ***активная линия зацепления*** $|B_2B_1|$, ***угол зацепления***, ***коэффициент перекрытия***.

Угол зацепления (α_w) − *угол, образованный линией зацепления (n−n) с общей касательной (t−t) к начальным окружностям колес (радиусов* r_w*), проведенной через полюс зацепления P* (рисунок 2.22).

Для нулевых (нормальных) колес $\alpha_w = 20^0$. Он равен профильным углам α_y обеих эвольвент в полюсе зацепления *P* (рисунки 2.21, 2.22).

4. При равномерном вращении колес точка контакта зубьев *K* перемещается вдоль активной линии зацепления от точки B_2 к B_1 также равномерно.

Боковые участки профилей, которыми зубья непосредственно соприкасаются друг с другом, называются ***активными***. Они располагаются от вершин зубьев до точек пересечения их профилей с окружностями радиусов $|O_1B_2|$, $|O_2B_1|$ (на рисунке 2.22 заштрихованы). Участки профилей зубьев ниже активных − нерабочие. В общем случае они очерчиваются произвольно.

Плавный переход от эвольвентной (боковой) части зуба к впадине называют ***галтелью***. Галтель выполняют по дуге окружности радиуса $\rho \approx 0{,}38m$ (см. рисунок 2.19).

2.15. Коэффициент перекрытия зубьев

При работе зубчатых передач необходимо выполнение условия, при котором последующая пара зубьев войдет в зацепление до момента размыкания предыдущей. Для количественной оценки этого условия введем дополнительные параметры.

Угол торцевого перекрытия φ *– угол поворота колеса, соответствующий работе одного его зуба: от момента входа в зацепление (в начале активной линии зацепления) до момента выхода из него (в конце её).*

Условие непрерывной передачи движения между колесами при последовательном взаимодействии пар зубьев будет соблюдаться, если угол торцевого перекрытия будет превышать шаговый угол колеса (рисунок 2.19), $\varphi \geq \tau$. Соотношение между этими углами характеризуется специальным параметром − ***коэффициентом перекрытия***.

Коэффициент перекрытия ε *− отношение угла торцевого перекрытия к шаговому углу,*

$$\varepsilon = \frac{\varphi}{\tau}.$$

Поскольку $\varphi \geq \tau$, то $\varepsilon \geq 1$. На практике его минимальные значения обеспечивают с некоторым запасом: $\varepsilon_{min} = 1{,}05$, поскольку из-за возможных погрешностей, возникающих при монтаже колес, допусков на их размеры из-за износа зубьев в процессе эксплуатации этот коэффициент может оказаться меньше единицы, что недопустимо.

Коэффициент перекрытия также можно выразить через линейные параметры передачи: геометрические и кинематические, например,

$$\varepsilon = \frac{|B_2B_1|}{p_\alpha},$$

где p_α − ***шаг зацепления***, *т.е. шаг зубьев, измеряемый вдоль линии зацепления (n−n)* (см. рисунок 2.22).

Коэффициент перекрытия оценивает среднее количество пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении. Например, если $\varepsilon = 1{,}75$, то передача движения между колесами осуществляется в среднем при взаимодействии 1,75 пар зубьев. В действительности будет иметь место чередование. 75% времени работы передачи в контакте будут находиться две пары зубьев, а 25% времени будет работать одна пара.

Чем выше значение ε, тем меньше удельные давления на зубья, меньше ударные нагрузки, возникающие в момент входа зубьев в зацепление, а следовательно, снижаются колебания реакций в опорах зубчатых колес. Однако при этом возрастает относительное скольжение зубьев, что приводит к их интенсивному износу.

Для цилиндрических прямозубых передач предельные значения коэффициента ε обычно не превышают двух, а для косозубых могут достигать 10.

2.16. Основные методы изготовления зубчатых колес

Современные технологии производства зубчатых колес можно разбить на две группы: ***копирования*** и ***обкатки***.

При копировании рабочий профиль инструмента представляет собой копию либо всего изготавливаемого колеса, либо его части, например, межзубовой впадины. К этим методам относятся:

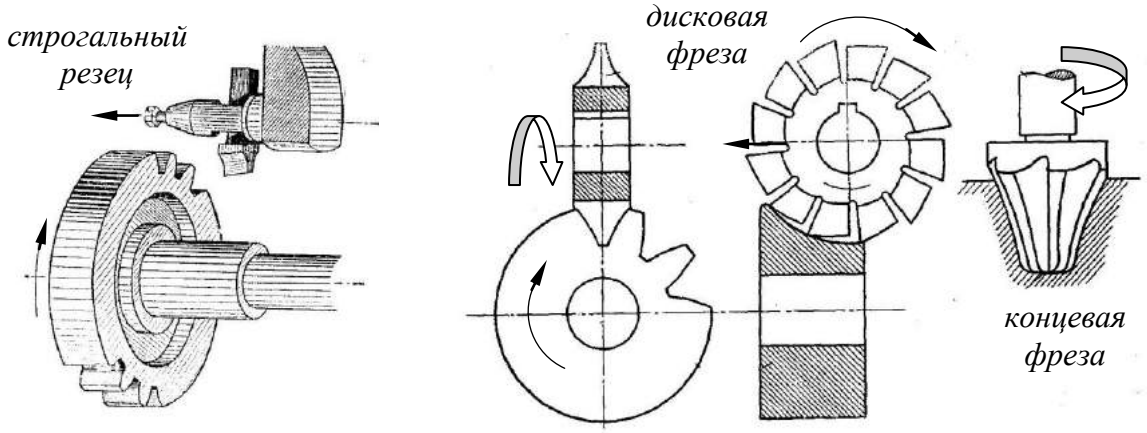
− ***литье*** (инструмент − ***литейная форма***);

− ***штамповка*** (инструмент − ***штамп***);

− ***нарезание на зубострогальных станках*** (инструмент − ***строгальный резец***) (рисунок 2.23 *а*);

− ***фрезерование*** (инструмент − ***модульные дисковые*** или ***концевые фрезы***) (рисунок 2.23 *б*).

К общим недостаткам этих методов относятся сравнительно низкая их точность, а также необходимость большого количества инструментов.



а *б*

Рисунок 2.23 − Методы копирования при изготовлении зубчатых колес

Метод обкатки (или ***огибания***) заключается в следующем: ***заготовке и режущему инструменту сообщаются движения друг относительно друга, аналогичные движениям зубчатой пары в обычном зацеплении. Кроме этого движения режущий инструмент совершает технологическое (главное) движение резания.*** В результате режущие кромки инструмента принимают огибающие положения по отношению к нарезаемым боковым поверхностям зубьев заготовки (рисунок 2.24).

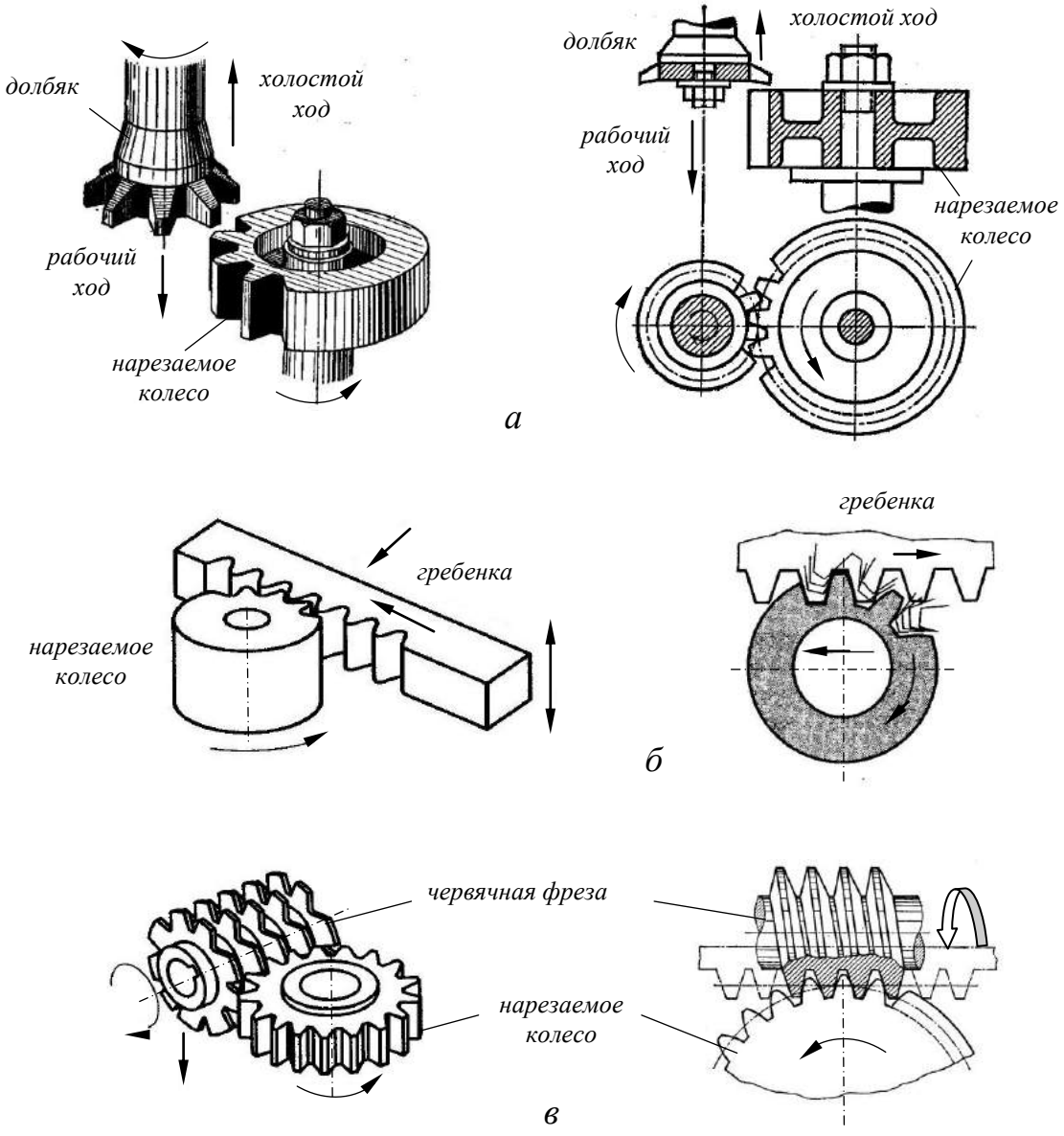


Рисунок 2.24 − Технологии зубонарезания методом обкатки

Метод обкатки был обоснован французским математиком Т. Оливье в первой половине XIX века. Его достоинства:

− высокая производительность, технологичность, низкая себестоимость производства;

− возможность нарезания одним инструментом колес любого размера (количества зубьев);

− высокая точность производства колес;

− возможность нарезания колес, отличающихся от стандартных (нулевых), с улучшенными качественными характеристиками.

При зубонарезании обкаткой используются следующие инструменты:

− ***зуборезный долбяк*** (рисунок 2.24 *а*);

− ***инструментальная рейка (зуборезная гребенка)*** (рисунок 2.24 *б*);

− ***червячная фреза*** (рисунок 2.24 *в*).

2.17. Реечное станочное зацепление

Геометрические параметры колес, изготавливаемых обкаткой, зависят:

− от формы и геометрических параметров инструмента;

− от его установки относительно заготовки в зубонарезном станке.

Наиболее простым и точным режущим инструментом является инструментальная рейка. Её можно считать сектором зубчатого долбяка бесконечно большого диаметра. В этом случае эвольвентный профиль вырождается в прямую. Поэтому боковые поверхности зубьев рейки − прямолинейны.

Исходный производящий контур (ИПК) зубчатой рейки *− её сечение плоскостью, перпендикулярной оси нарезаемого колеса*.

Аналогичный профиль имеет и ИПК червячной фрезы (рисунок 2.24 *в*).

Реечный ИПК стандартизован (ГОСТ 13755-81). Его размеры характеризуются четырьмя параметрами (рисунок 2.25):

− ***модулем*** m, мм;

− ***углом профиля*** $\alpha = 20^0$;

− ***коэффициентом высоты зуба*** $h_a^* = 1{,}0$;

− ***коэффициентом радиального зазора*** $c^* = 0{,}25$.

На ИПК инструментальной рейки отмечают пять прямых линий:

− ***делительная прямая*** *(t-t)*, делит зубья пополам по высоте;

− две ***граничных прямых*** *(Q-Q)*, ограничивают прямолинейные (эвольвентные) части профилей зубьев;

− ***прямые вершин зубьев и впадин***.

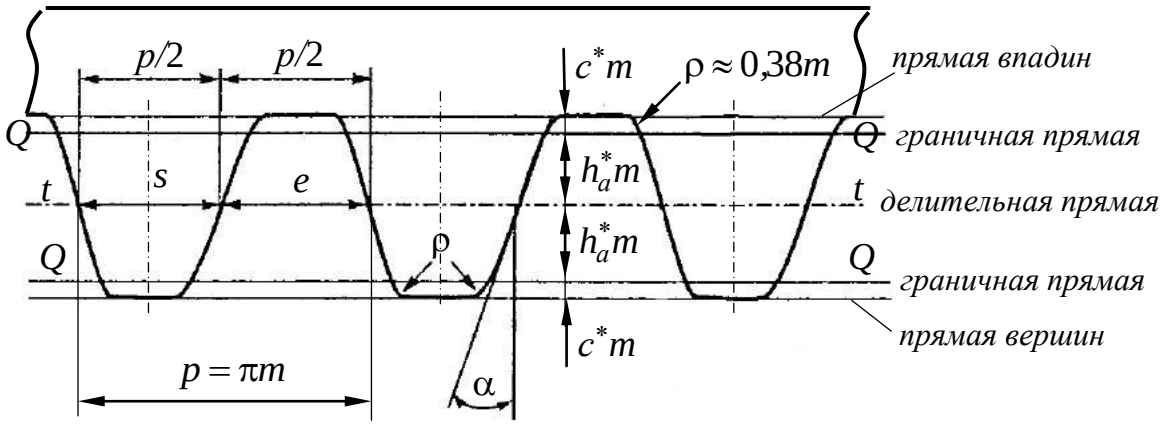


Рисунок 2.25 − Реечный исходный производящий контур (ИПК)

Переход от прямолинейных участков зубьев к их вершинам и впадинам (галтель) осуществляется по дугам окружностей, радиуса $\rho \approx 0{,}38m$.

ИПК рейки обладает важными свойствами:

− шаг зубьев, измеряемый вдоль любой прямой, параллельной делительной, одинаков;

− шаг вдоль делительной прямой является равноделённым (т.е. ширина впадины равна толщине зуба).

Зацепление ИПК инструментальной рейки с профилем зуба нарезаемого колеса называется ***реечным станочным зацеплением.***

Как и обычное зубчатое зацепление, реечное станочное имеет ***начальные линии*** − т.е. *линии, касающиеся и перекатывающиеся друг по другу без скольжения*. Шаг зубьев вдоль этих линий у рейки и колеса одинаков. На колесе начальной линией является делительная окружность. На рейке начальной может быть любая прямая, параллельная делительной. Поэтому при обкатке возможна различная установка инструмента относительно заготовки. Она определяется взаимным расположением делительной прямой и делительной окружности. Расстояние между ними называют ***смещением*** (или ***сдвигом***). Его принято считать как положительным, так и отрицательным.

Абсолютное смещение (в мм) определяется как

$$\Delta = x \cdot m,$$

где x − ***коэффициент относительного смещения (коэффициент коррекции)***, величина безразмерная, принимающая знак «+» или «−».

Различают три типа установки рейки и соответственно три типа нарезаемых колес (рисунок 2.26).

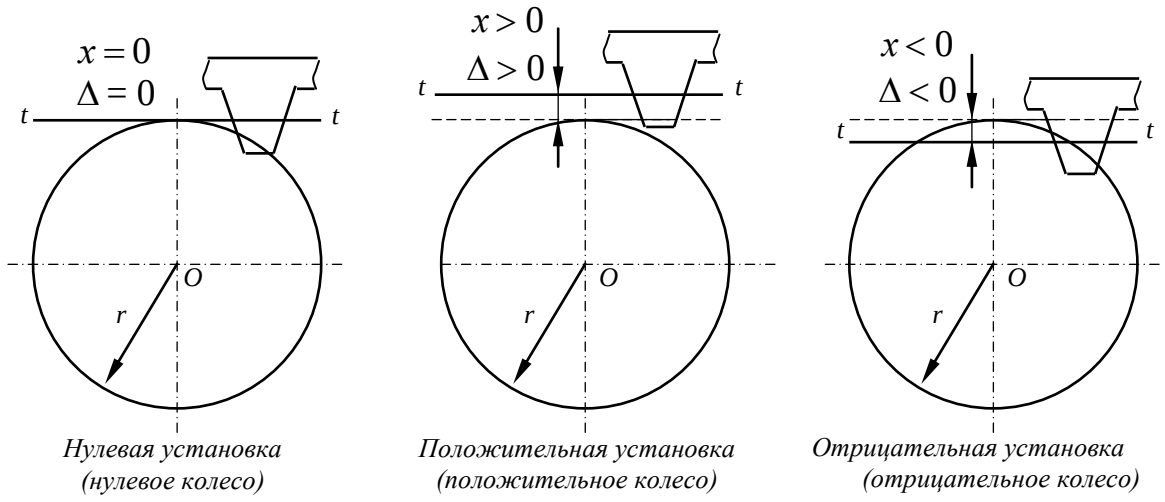


Рисунок 2.26 − Виды установки зубчатой рейки относительно заготовки

Положительные и отрицательные колеса называют ***корригированными*** *(исправленными), т.е. изготовленными с* ***коррекцией*** *− смещением инструмента относительно заготовки в станочном зацеплении.*

Реечное станочное зацепление характеризуется следующими свойствами (рисунок 2.27).

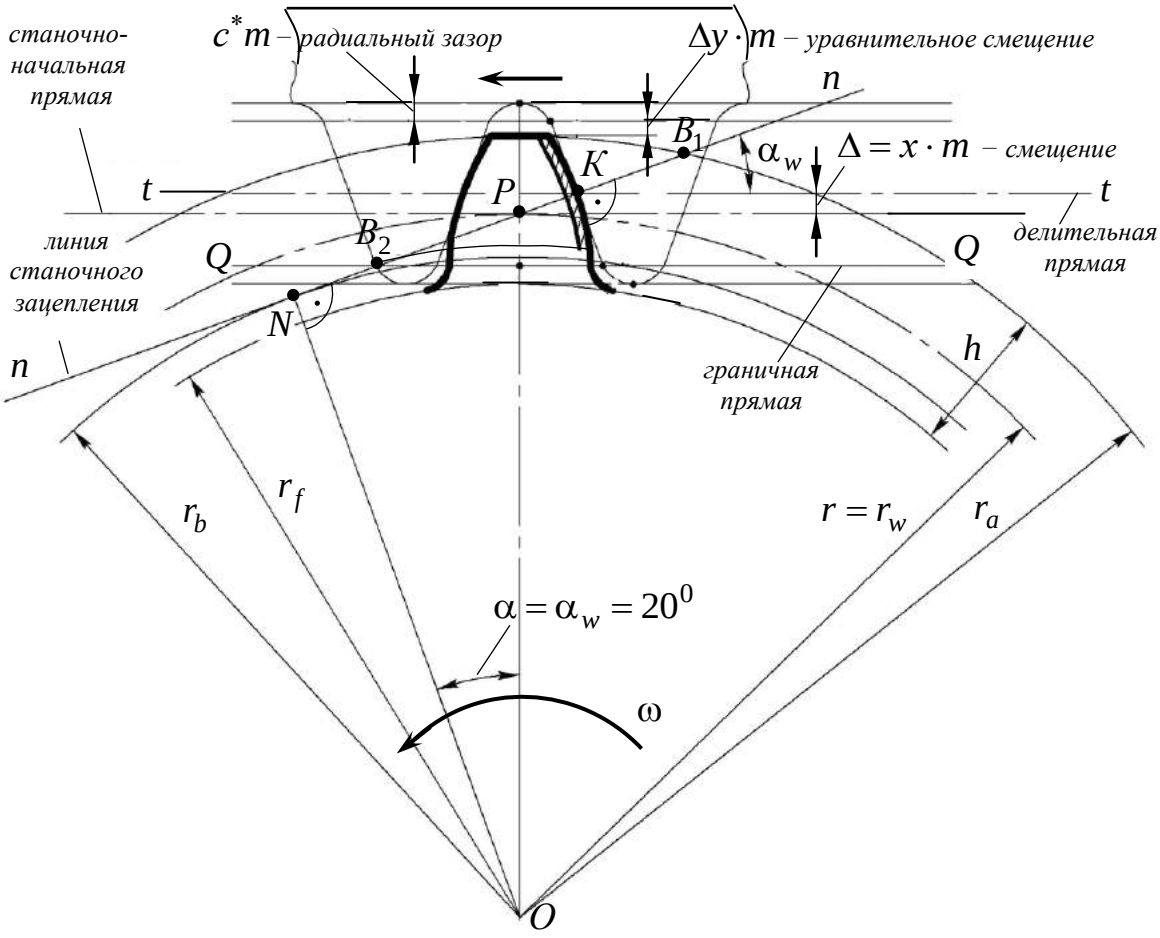


Рисунок 2.27 − Реечное станочное зацепление с положительным смещением

Угол станочного зацепления равен углу профиля рейки: $\alpha_w = \alpha = 20^0$, т.к. линия станочного зацепления *(n-n)* перпендикулярна боковой поверхности её зуба.

Теоретический участок линии станочного зацепления начинается в точке ее касания (*N*) основной окружности колеса и через полюс зацепления *P* уходит в бесконечность. ***Активный участок*** заключен между точками B_1 и B_2 − пересечения линии зацепления соответственно с окружностью вершин и граничной прямой *(Q-Q)*.

Эвольвентная часть зуба (заштрихована) заканчивается на окружности радиуса $|OB_2|$. Часть ножки ниже выполнена по прямой. Переход к впадине зуба профилируется галтелью при вершине зуба рейки радиусом $\rho \approx 0{,}38m$.

Станочный зазор C_0 *− расстояние между окружностью вершин колеса и прямой впадин рейки.* Он состоит из двух частей: ***радиального зазора*** и ***уравнительного смещения***:

$$C_0 = c^* \cdot m + \Delta y \cdot m,$$

где Δy − ***коэффициент уравнительного смещения***.

Благодаря его наличию обеспечивается стандартный радиальный зазор – $c^* \cdot m$ между окружностями вершин и впадин колес проектируемой передачи, а также исключается боковой зазор между их зубьями.

2.18. Особенности корригированных колес

Коррекция колес при нарезании методом обкатки приводит к изменению некоторых их геометрических параметров, а следовательно, и свойств.

Сравним три колеса с одним количеством зубьев z, изготовленных при различном смещении инструментальной рейки: $x_1 < x_2 < x_3$.

Размеры делительных (r) и основных (r_b) окружностей у всех колес одинаковые, т.к. они зависят лишь от числа зубьев. Поэтому профили зубьев соответствуют одной эвольвенте. Наложим их друг на друга так, чтобы левые боковые контуры зубьев совпали (рисунок 2.28).

Различаются окружности вершин зубьев (r_a), впадин (r_f), их толщина (s). Все они возрастают по мере увеличения смещения.

Также при положительном смещении уменьшается толщина зуба у вершины (s_a). В перспективе это может привести к заострению зуба, что не допустимо. Поэтому положительное смещение рейки ограничивается требованиями к минимальной толщине зубьев у вершины. Она должна быть $s_a^{min} \geq 0{,}2m$. Вероятность заострения тем выше, чем меньше число зубьев.

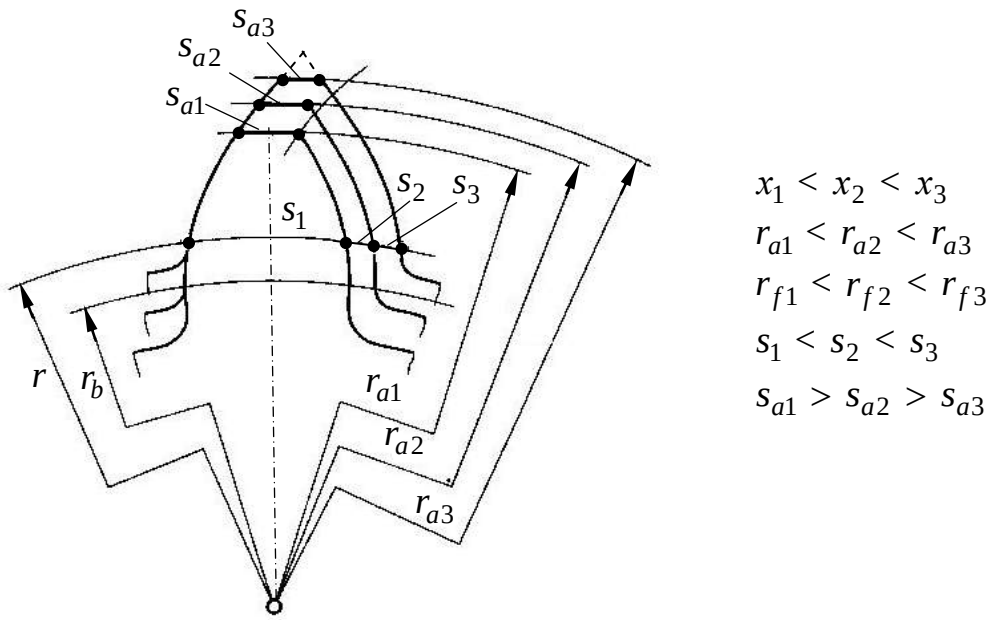


Рисунок 2.28 − Влияние коррекции на геометрию зубьев

Смещение инструмента при нарезании колес позволяет:

− повысить прочность зубьев на изгиб (до 100%) за счет увеличения их толщины у основания;

− повысить контактную прочность зубьев (до 20%) и их долговечность (до 200%), снизив нормальные напряжения за счет того, что их рабочий профиль использует участок эвольвенты более удаленный от её основания, а значит более пологий;

− увеличить коэффициент перекрытия передачи ε;

− увеличить объем межзубовых впадин (например, для повышения производительности шестеренных гидронасосов);

− уменьшить габариты передачи при заданных показателях прочности и долговечности;

− скорректировать межцентровое расстояние проектируемой передачи;

− избежать ***подрезания зубьев***.

2.19. Подрезание зубьев

При изготовлении колес методом обкатки может возникнуть ***подрезание зубьев***, т.е. *срезание части номинального бокового профиля зуба у основания* (рисунок 2.29).

В результате подрезания ножки зубьев ослабляются. Нарушается эвольвентный профиль. Это может привести к уменьшению продолжительности зацепления (коэффициента перекрытия ε), нарушению плавности хода такой передачи.

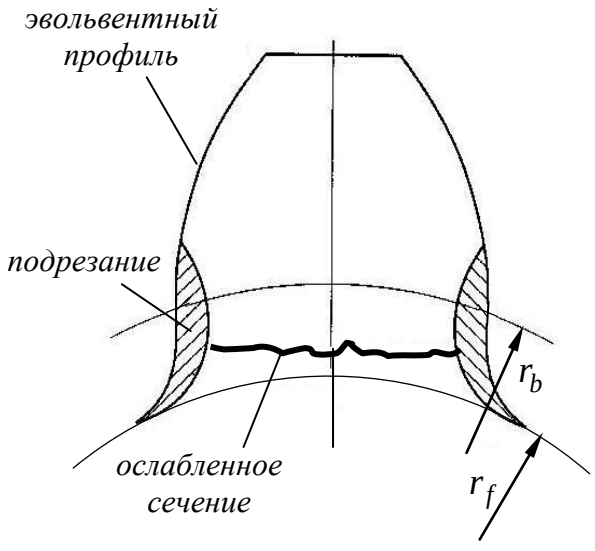


Рисунок 2.29 − Подрезание зубьев

В реечном станочном зацеплении подрезание возникнет, если граничная прямая вершин зубьев рейки *(Q-Q)* (рисунок 2.27) будет пересекать линию станочного зацепления *(n-n)* за пределами её теоретического участка, т.е. практический участок станочного зацепления станет больше теоретически допустимого:

$$|B_2P| > |NP|.$$

Вероятность возникновения подрезания зубьев зависит:

− от размера изготавливаемого колеса (уменьшение количества зубьев способствует возникновению подрезания);

− от установки (смещения) инструмента (отрицательное смещение повышает вероятность).

Эти факторы друг с другом взаимосвязаны. Так, минимальное число зубьев колеса z_{min}, изготовленного рейкой при заданном ее смещении *x* еще без подрезания, определяется как

$$z_{min} = \frac{2(h_a^* - x)}{sin^2 \alpha}.$$

При нулевой установке инструмента (при $x = 0$) предельный размер колеса составит $z_{min} = 17$ зубьев. Поэтому все нулевые колеса меньшего размера окажутся в той или иной степени подрезанными.

Чтобы исключить подрезание при изготовлении колес методом обкатки с малым числом зубьев (вплоть до $z = 8$), необходимо обеспечить положительное смещение рейки. Минимальный коэффициент этого смещения рассчитывается по формуле

$$x_{min} = \frac{17 - z}{17},$$

где z – количество зубьев нарезаемого колеса.

ЛЕКЦИЯ № 5

1. Кулачковые механизмы: основные понятия, классификация.
2. Геометрия дисковых кулачковых механизмов.
3. Кинематика дисковых кулачковых механизмов.
4. Основные законы движения толкателя: жесткий удар, мягкий удар, безударный режим.
5. Угол давления в дисковых кулачковых механизмах.
6. Кинематический анализ дисковых кулачковых механизмов.

Г Л А В А 4. К У Л А Ч К О В Ы Е М Е Х А Н И З М Ы

2.20. Кулачковые механизмы: основные понятия, классификация

Кулачковые механизмы *– механизмы, в состав которых входят кулачок и толкатель.* Они образуют друг с другом высшую кинематическую пару.

Кулачок *− ведущее звено, рабочая поверхность которого имеет переменную кривизну*. Может совершать различные движения, однако чаще всего его движение непрерывное вращательное.

Толкатель *− ведомое звено, обычно совершает возвратно-поступательное или возвратно-вращательное движение*.

Кулачковые механизмы позволяют обеспечить практически любой закон движения толкателя. К их недостаткам относятся: сложность изготовления нужного профиля кулачка, высокие удельные давления в высшей паре и интенсивный износ соприкасающихся поверхностей звеньев.

Классификация кулачковых механизмов:

1. По расположению траекторий точек их звеньев:
   − плоские (рисунок 2.30 *а − и*);
   − пространственные (рисунок 2.30 *к, л*).
2. По характеру движения кулачка:
   − поступательное движение (рисунок 2.30 *з, и*);
   − вращательное (рисунок 2.30 *а, б, в, г, д, е, ж, к, л*).
3. По характеру движения толкателя:
   − возвратно-поступательное движение (рисунок 2.30 *а, б, в, г, д, и, к*);
   − возвратно-вращательное (рисунок 2.30 *е, ж, з*);
   − сложное движение (рисунок 2.30 *л*).
4. По характеру замыкания высшей пары:
   − с силовым замыканием (рисунок 2.30 *а, б, в, г, е, ж, з, и*);
   − с геометрическим замыканием (рисунок 2.30 *д, к, л*).
5. По форме кулачка:
   − дисковые (вращающиеся, плоские) (рисунок 2.30 *а − ж*);
   − плоские (с поступательным движением) (рисунок 2.30 *з, и*);
   − цилиндрические, конические, гиперболоидные, коноидные (вращающиеся, пространственные) (рисунок 2.30 *к, л*).

6. По форме и конструкции рабочей поверхности толкателя:

− роликовые (рисунок 2.30 *в, д, ж, з, и, к, л*);

− тарельчатые (с плоской, цилиндрической и сферической контактной поверхностью) (рисунок 2.30 *б, г, е*);

− остроконечные (сфера малого радиуса) (рисунок 2.30 *а*).

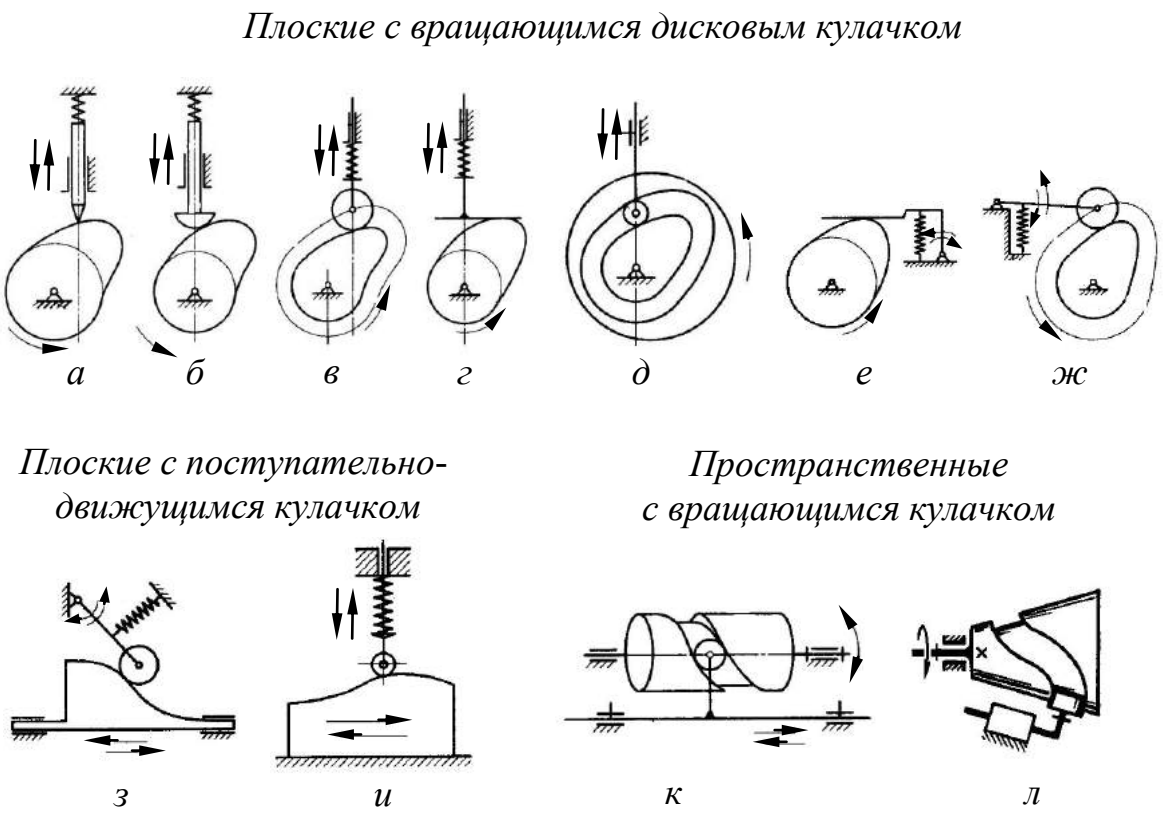


Рисунок 2.30 − Типы кулачковых механизмов

2.21. Геометрия дисковых кулачковых механизмов

Наиболее широкое распространение получили плоские кулачковые механизмы с вращающимся дисковым кулачком. Их, например, используют в газораспределительных механизмах двигателей внутреннего сгорания, поршневых компрессорах. Толкатели здесь могут двигаться как возвратно-поступательно, так и возвратно-вращательно (***коромысло***) (рисунок 2.30 *е, ж*).

Механизмы с поступательно движущимся толкателем бывают:

− ***центральные*** *(*или ***аксиальные****), если геометрическая ось толкателя проходит через центр вращения кулачка* (рисунок 2.30 *б, г, д*);

− ***дезаксиальные*** *− ось толкателя смещена относительно центра кулачка на некоторую величину (****дезаксиал****)* (рисунок 2.30 *а, в*).

Различают следующие типы профилей дискового кулачка:

1) ***эксцентрик*** *− окружность, центр которой смещен относительно оси вращения кулачка* (***эксцентриситет*** *− е*) (рисунок 2.31 *а*);

2) профиль кулачка очерчен дугами окружностей четырех радиусов (рисунок 2.31 *б*);

3) тангенциальный профиль очерчен дугами двух окружностей, сопрягаемыми касательными к ним прямыми (рисунок 2.31 *в*);

4) профиль кулачка очерчен плавной кривой, описываемой множеством различных радиусов (рисунок 2.31 *г*).

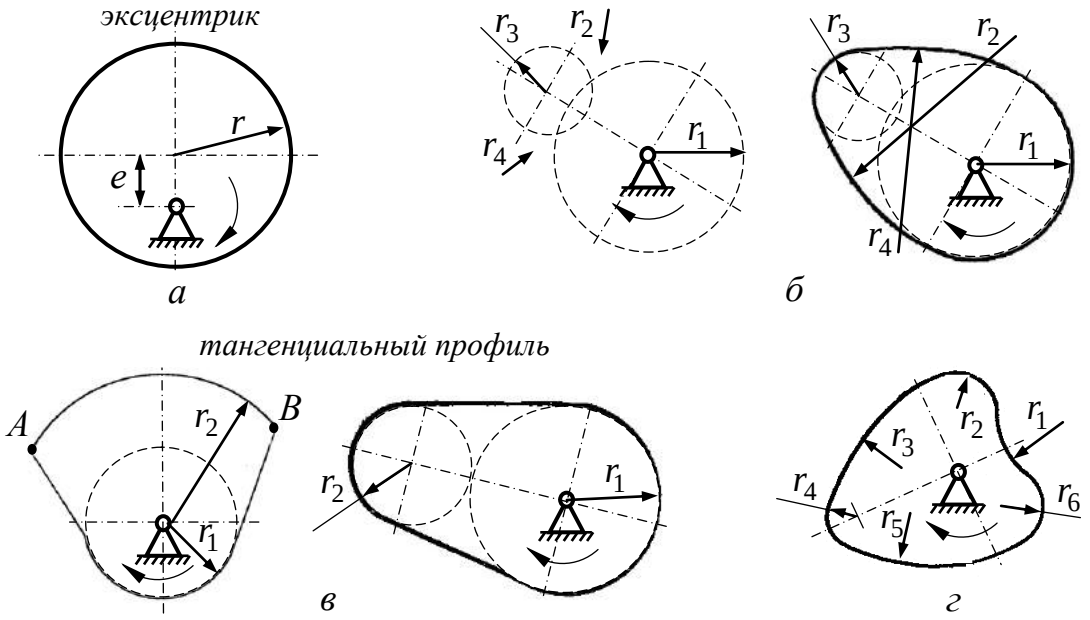


Рисунок 2.31 − Виды профилей дисковых кулачков

На рисунке 2.32 изображен центральный кулачковый механизм с поступательно-движущимся толкателем. Профиль кулачка выполнен дугами четырех радиусов r_0, r_{max}, r_1, r_2. Он характеризуется следующими параметрами.

Минимальный радиус кулачка (радиус шайбы) r_0 *− радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с ближайшей точкой его профиля.*

Максимальный радиус кулачка r_{max} *− радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с самой удаленной точкой его профиля.*

Радиусы профиля кулачка r_1, r_2 *− соединяют дуги минимального и максимального радиусов.*

Подъем толкателя *− разность максимального и минимального радиусов:* $h = r_{max} - r_0$.

Граничные точки профиля *a, b, c, d − точки сопряжения дуг разного радиуса.*

Фазовые углы профиля *− центральные углы кулачка, опирающиеся на дуги разных радиусов между граничными точками*, в частности:

− ***угол (фаза) удаления*** α_y*, при скольжении по его дуге (ab) толкатель удаляется от центра кулачка (подъем толкателя);*

− ***угол (фаза) дальнего стояния*** $\alpha_{дс}$, *при скольжении по его дуге (bc) толкатель на максимальном расстоянии от центра кулачка и неподвижен*;

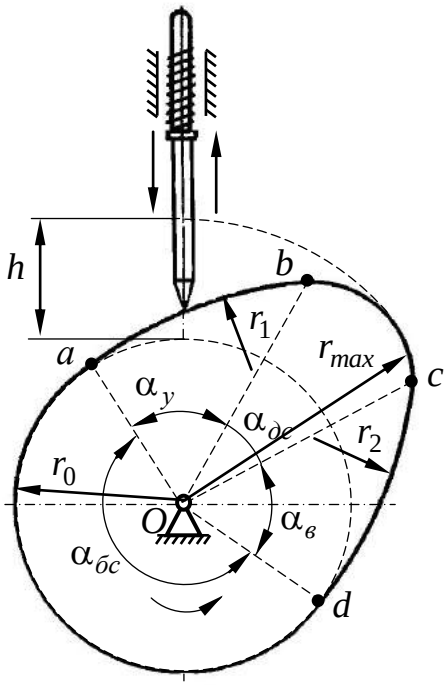


Рисунок 2.32 − Геометрия центрального (аксиального) кулачкового механизма

− ***угол (фаза) возврата*** $\alpha_в$, *при скольжении по его дуге (cd) толкатель возвращается из дальнего в ближнее к кулачку положение (опускание толкателя)*;

− ***угол (фаза) ближнего стояния*** $\alpha_{бс}$ (или ***нерабочий угол***), *при скольжении по его дуге (da) толкатель на минимальном расстоянии до кулачка и неподвижен*;

− ***рабочий угол (фаза) кулачка***,

$$\alpha_p = \alpha_y + \alpha_{дс} + \alpha_в .$$

Сумма всех фазовых углов кулачка равна 360^0,

$$\alpha_y + \alpha_{дс} + \alpha_в + \alpha_{бс} = 360^0 .$$

Фазовые углы профилей кулачков варьируются в широких пределах. Например, у эксцентрика углы стояния толкателя отсутствуют. Существуют лишь два фазовых угла: удаления и возврата, причем

$$\alpha_y = \alpha_в = 180^0 .$$

2.22. Кинематика дисковых кулачковых механизмов

Основной кинематической характеристикой кулачкового механизма является закон движения толкателя. Он описывается ***передаточной функцией*** и зависит от геометрии кулачка.

Передаточная функция кулачкового механизма − *зависимость перемещения толкателя (линейного S или углового* ψ*) от угла поворота кулачка:*

$$S = S(\varphi) \quad \text{или} \quad \psi = \psi(\varphi).$$

Она может быть задана аналитически в виде ***функции положений*** или графически в виде ***кинематической диаграммы*** (рисунок 2.33):

В общем случае цикл работы кулачкового механизма состоит из четырех ***фаз движения*** и соответствующих им ***фазовых углов поворота кулачка:***

− ***фаза удаления (подъема)*** φ_y;

− ***фаза дальнего стояния*** $\varphi_{дс}$;

− ***фаза возврата (опускания)*** $\varphi_в$;

− ***фаза ближнего стояния*** $\varphi_{бс}$;

− ***рабочая фаза*** $\varphi_p = \varphi_y + \varphi_{дс} + \varphi_в$.

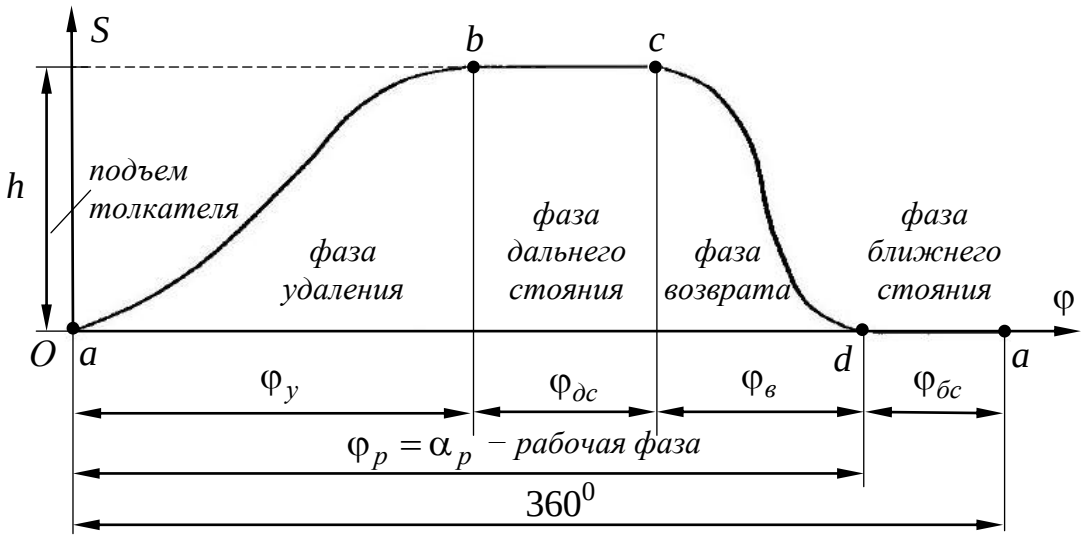


Рисунок 2.33 − Диаграмма движения толкателя
(график передаточной функции)

Для центральных (аксиальных) кулачковых механизмов фазы движения строго соответствуют аналогичным углам профиля кулачка:

$\varphi_y = \alpha_y$, $\varphi_{дс} = \alpha_{дс}$, $\varphi_в = \alpha_в$, $\varphi_{бс} = \alpha_{бс}$, $\varphi_p = \alpha_p$.

Для дезаксиальных механизмов это равенство соблюдается не для всех углов:

$\varphi_{дс} = \alpha_{дс}$, $\varphi_{бс} = \alpha_{бс}$, $\varphi_p = \alpha_p$ (но $\varphi_y \neq \alpha_y$, $\varphi_в \neq \alpha_в$).

На практике обычно фаза удаления соответствует рабочему ходу механизма, а фаза возврата − холостому.

2.23. Основные законы движения толкателя: жесткий удар, мягкий удар, безударный режим

Наибольшее распространение в технике получили кулачковые механизмы со сравнительно простыми законами движения толкателя. Фазы подъема и опускания в них описываются передаточными функциями следующего характера

− ***линейной***;
− ***параболической***;
− ***косинусоидальной***;
− ***синусоидальной***.

Кроме того, в зависимости от характера изменения динамических нагрузок, различают три группы законов движения толкателя:

− ***жесткий удар***;
− ***мягкий удар***;
− ***безударное движение***.

1. ***Линейный закон движения толкателя*** (рисунок 2.34 *а*).

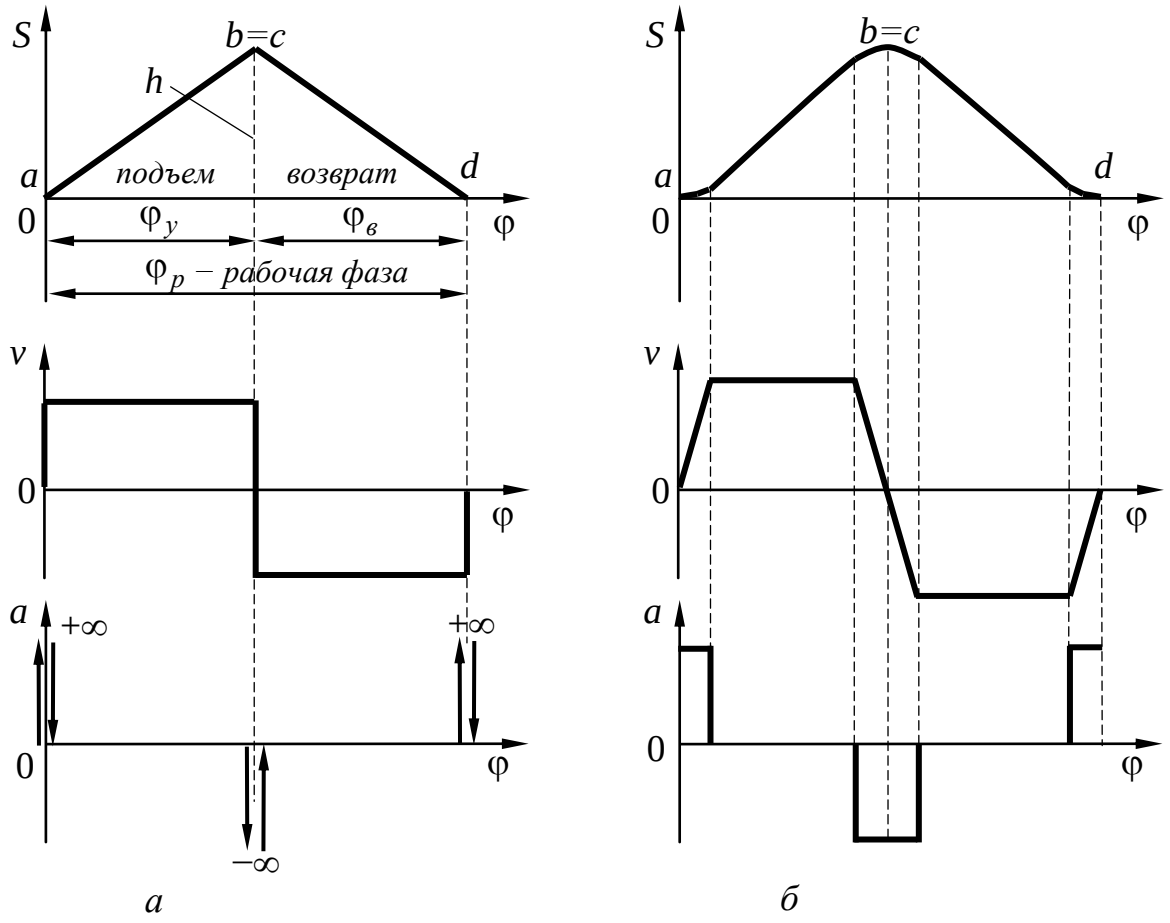
Характеризуется:

− прямолинейными участками диаграммы перемещения при подъеме и опускании толкателя, постоянной его скоростью и нулевым ускорением;

− изломами диаграммы перемещения в начале и конце этих фаз с мгновенным изменением скорости и бесконечными значениями ускорений.

Такие ускорения толкателя теоретически приводят к появлению бесконечно больших сил инерции, а следовательно, ударных нагрузок в кинематической паре. Поэтому этот режим движения называют ***жестким ударом***.

В реальности из-за упругости и деформации звеньев ускорения будут иметь конечные значения, хоть и значительные. В итоге будет иметь место ***трапецеидальный закон изменения скорости*** (рисунок 2.34 *б*). Поэтому при малых скоростях вращения кулачка возможна работа механизма в режиме, близком к жесткому удару.



а *б*

Рисунок 2.34 − Диаграммы перемещения, скорости и ускорения толкателя при жестком ударе (при фазе дальнего стояния, равной нулю)

2. ***Параболический закон движения толкателя*** (рисунок 2.35 *а*).

Характеризуется:

− передаточной функцией в виде сопряженных парабол;

− линейным изменением скорости толкателя при подъеме и опускании, с изломом в середине этих фаз (в точках *e*, *f*);

− постоянными ускорениями толкателя при подъеме и опускании с мгновенными его изменениями в середине этих участков.

Эти мгновенные изменения ускорения также сопровождаются ударными нагрузками в соединении кулачок − толкатель, хоть и в меньшей степени. Поэтому такой режим называют ***мягким ударом***.

3. ***Косинусоидальный закон движения толкателя*** (рисунок 2.35 *б*).

Характеризуется:

− передаточной функцией в виде ветвей косинусоиды;

− непрерывным синусоидальным графиком скорости;

− косинусоидальным законом ускорения и скачкообразными его изменениями (разрывами) на границах фаз подъема и опускания, которые приводят также к мягким ударам.

Такой режим допускается использовать при скоростях вращения кулачка до 2000 об/мин.

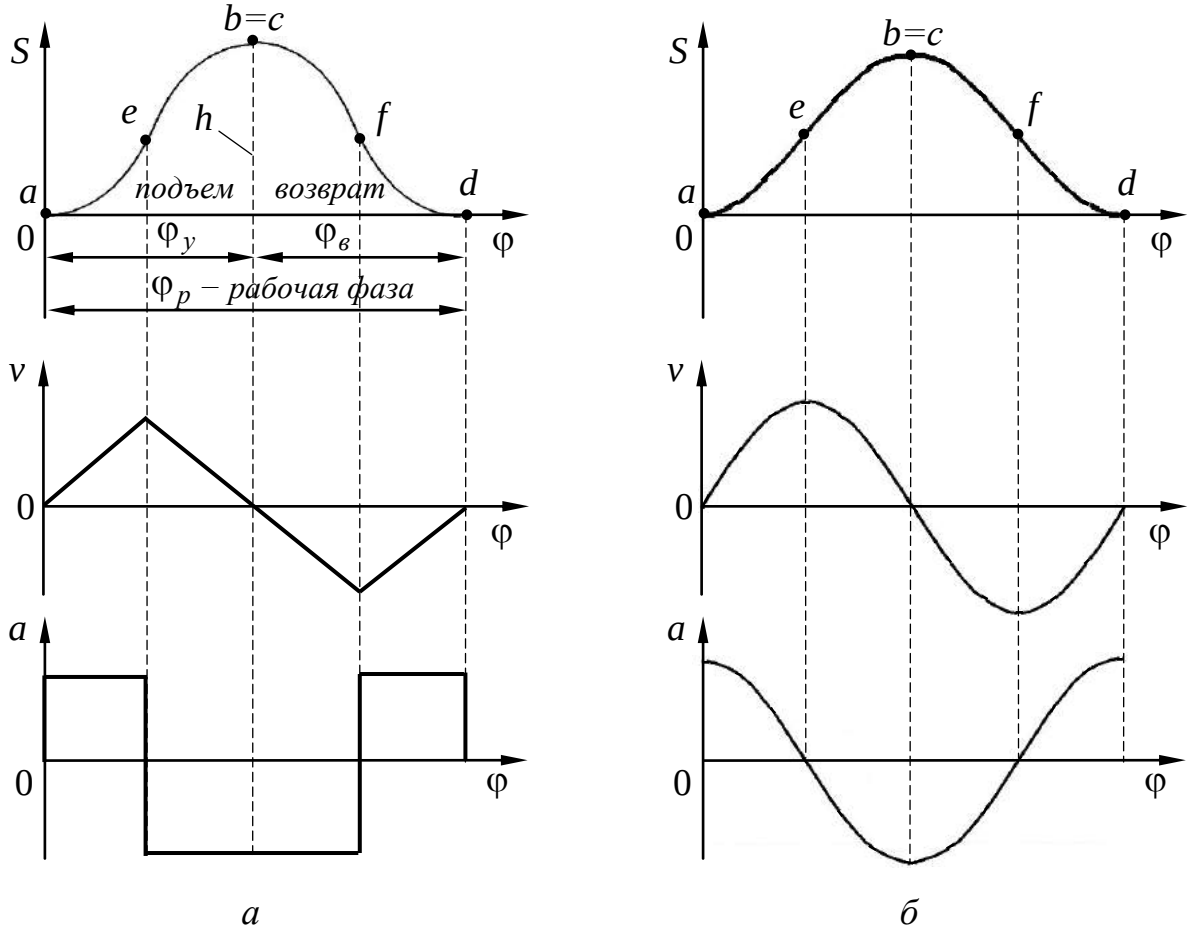


Рисунок 2.35 − Параболический и косинусоидальный законы движения толкателя (мягкий удар) при фазе дальнего стояния, равной нулю

4. ***Синусоидальный закон движения толкателя*** (рисунок 2.36).

Характеризуется:

− синусоидальным графиком передаточной функции;

− непрерывным косинусоидальным характером изменения скорости;

− непрерывным законом изменения ускорения в виде двух примыкающих друг к другу синусоид, зеркально отраженных, так что ускорение в начале и конце подъема и опускания равно нулю.

Такой закон движения обеспечивает ***безударный режим*** работы. Его допустимо использовать в быстроходных кулачковых механизмах. Тем не менее пиковые ускорения толкателя здесь могут превышать ускорения режимов с мягким ударом: параболического и косинусоидального.

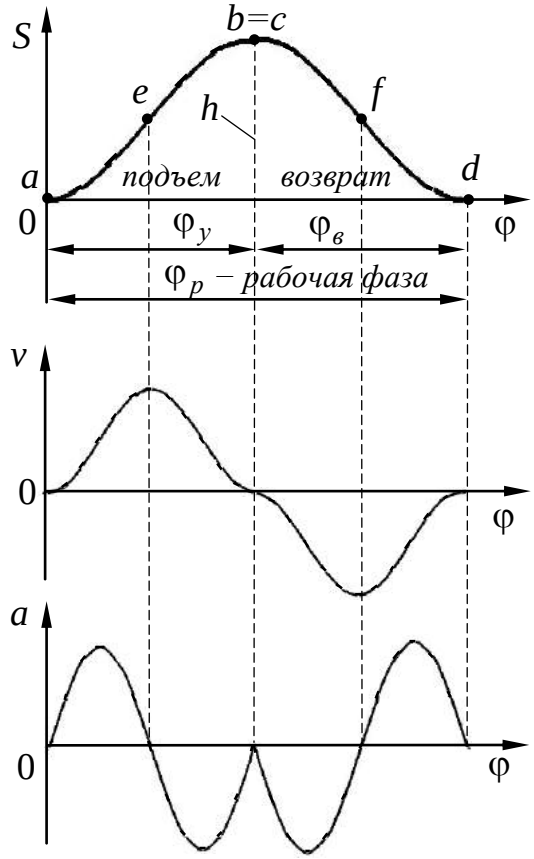


Рисунок 2.36 − Синусоидальный закон движения толкателя − безударный режим (при фазе дальнего стояния, равной нулю)

2.24. Угол давления в дисковых кулачковых механизмах

Рассмотрим динамику кулачкового механизма с ***остроконечным толкателем*** в фазе подъема (рисунок 2.37 *а).* Трением в высшей кинематической паре пренебрежем. Тогда кулачок воздействует на толкатель силой $\overline{P}$, направленной по нормали (*n*-*n*) к его профилю в точке контакта *K*.

Угол давления γ *образован между силой давления* $\overline{P}$ *(или нормалью (n-n) к профилю кулачка) и направлением движения толкателя (т.е. вектором его скорости* $\overline{v}$*).*

Угол давления меняется в зависимости от угла поворота кулачка φ от нуля до некоторого максимального значения γ_{max}, т.е. $\gamma = f(\varphi)$.

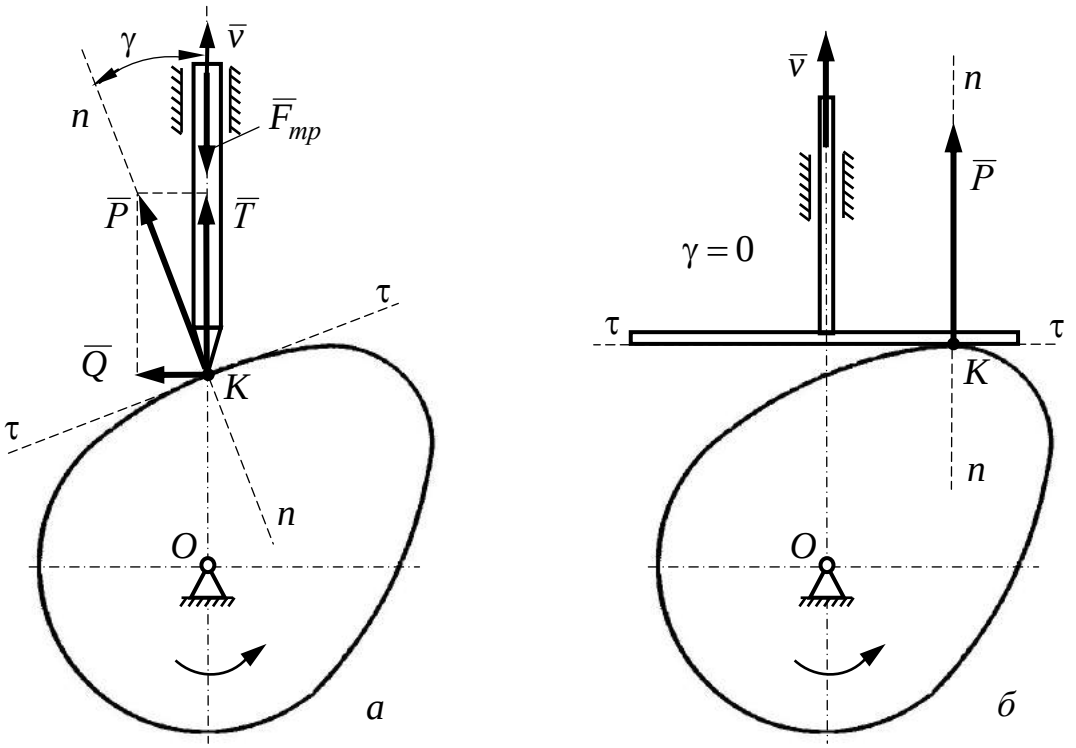


Рисунок 2.37 − Динамика дискового кулачкового механизма

Разложим силу $\overline{P}$ на две составляющие: по направлению движения толкателя и перпендикулярно ему:

$\overline{P} = \overline{T} + \overline{Q}$.

Сила $\overline{T}$ вызывает подъем толкателя и является полезной силой. Сила $\overline{Q}$ − боковая, прижимает его к направляющим, стремясь изогнуть толкатель, и приводит к увеличению сил трения в поступательной паре $\overline{F}_{тр}$. Все эти силы зависят от угла давления:

$T = P\cos\gamma$;

$Q = P\sin\gamma$;

$F_{тр} = fQ = fP\sin\gamma$.

С возрастанием угла γ силы $\overline{Q}$ и $\overline{F}_{тр}$ увеличиваются. Причем, если $F_{тр} > T$, то движение толкателя станет невозможным, механизм заклинит.

Таким образом, при проектировании кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем максимальный угол давления определяется как

$\gamma_{max} < arctg\frac{1}{f}$.

Снижение предельного угла давления улучшает условия работы механизма, повышает его КПД. Однако при этом неизбежно увеличиваются его габаритные размеры.

Для кулачковых механизмов с роликовыми толкателями принимают:

$\gamma_{max} = 30^0$ − при поступательно движущемся толкателе (см. рисунок 2.30 *в, д*);

$\gamma_{max} = 45^0$ − при качающемся толкателе (коромысле) (см. рисунок 2.30 *ж).*

Для ***тарельчатых толкателей***, движущихся поступательно угол давления равен нулю при любом положении кулачка (рисунок 2.37 *б*). Основным недостатком их является значительное скольжение соприкасающихся поверхностей, а следовательно, их интенсивный износ.

2.25. Кинематический анализ дисковых кулачковых механизмов

Задача кинематического анализа кулачковых механизмов − *по заданной общей схеме механизма и профилю кулачка определить параметры движения толкателя (закон движения, скорость и ускорение).*

Эти параметры обычно выражают в зависимости от угла поворота кулачка φ, т.е. находят функцию положений, аналоги скоростей и ускорений:

$S = S(\varphi)$, $v = v(\varphi)$, $a = a(\varphi)$,

или $\psi = \psi(\varphi)$, $\omega = \omega(\varphi)$, $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$ для качающегося толкателя.

Обычно используют два метода анализа:

− ***метод кинематических диаграмм***;

− ***метод планов скоростей и ускорений***.

1. ***Метод кинематических диаграмм***

Заключается в построении диаграммы перемещения (линейного или углового) толкателя, т.е. графика передаточной функции, а затем его графическом дифференцировании, как было описано ранее в главе 2.3.

$$S = S(\varphi) \quad => \quad v(\varphi) = \frac{dS}{d\varphi} \quad => \quad a(\varphi) = \frac{dv}{d\varphi}.$$

Для построения диаграммы перемещения предварительно строят планы положений механизма, используя ***метод обращенного движения (инверсии)***:

− ***кулачок считается условно неподвижным, а стойке вместе с толкателем мысленно сообщается вращение вокруг оси кулачка с его угловой скоростью, но в противоположном направлении***.

В этом случае перемещение толкателя относительно кулачка будет таким же, что и при действительном их движении (рисунок 2.38).

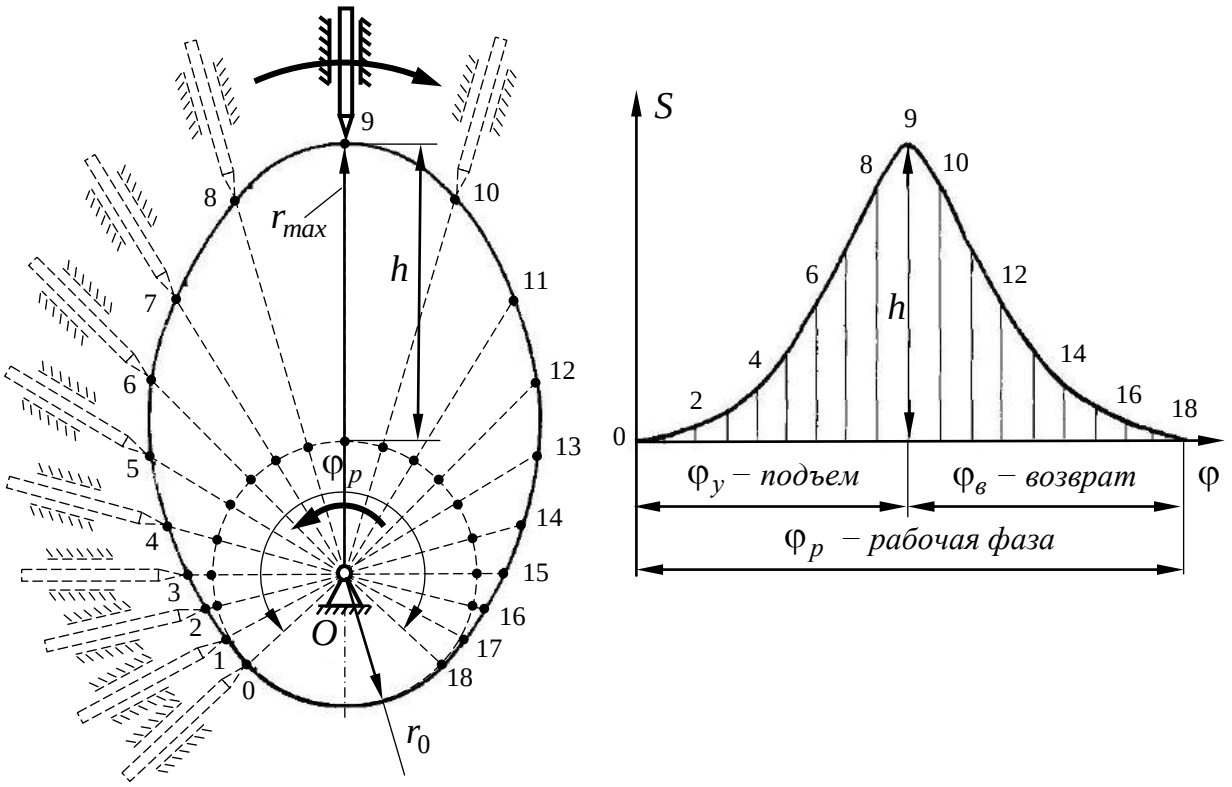


Рисунок 2.38 − Планы положений кулачкового механизма
и диаграмма перемещения толкателя

2. ***Метод планов скоростей и ускорений***

Используется для определения скоростей и ускорений толкателя в конкретных его положениях. Кулачковый механизм заменяют эквивалентным ему рычажным, используя методы замены высших кинематических пар (глава 1.6). Далее для рычажного механизма строятся планы скоростей и ускорений по известным правилам (главы 2.4, 2.5, рисунок 2.39).

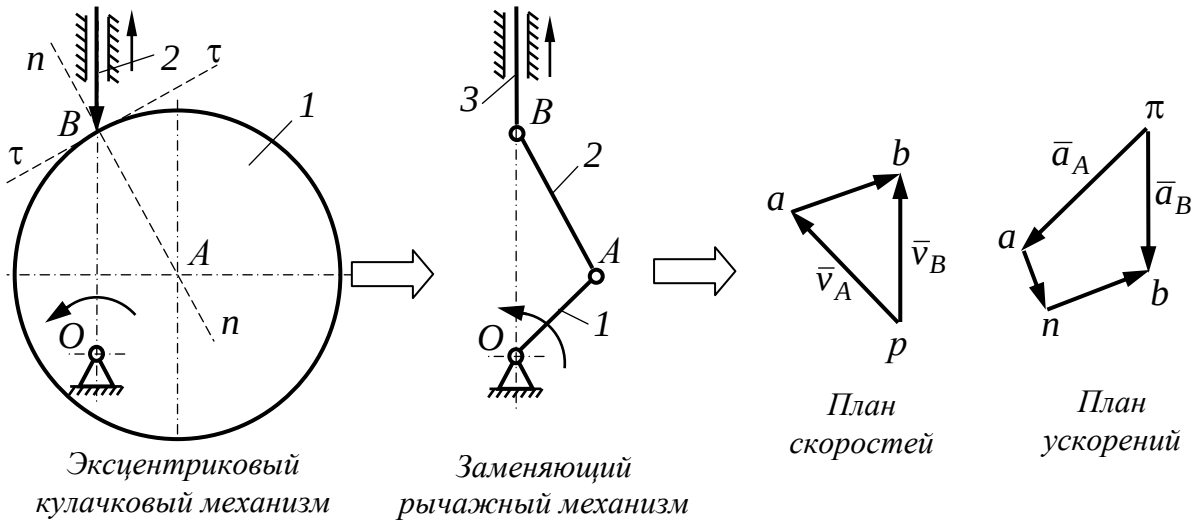


Рисунок 2.39 − Определение скоростей и ускорений толкателя
эксцентрикового кулачкового механизма методом планов

ЛЕКЦИЯ № 6

1. Классификация сил, действующих в механизмах.
2. Цели и методы силового расчета плоских механизмов. Уравновешивающее усилие.
3. Определение сил инерции звеньев плоских механизмов.
4. Реакции в кинематических парах плоских механизмов.
5. Статическая определимость плоских кинематических цепей.
6. Методика силового расчета плоских рычажных механизмов.

ЧАСТЬ III. ДИНАМИКА МАШИН

ГЛАВА 1. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

В третьей части курса теории механизмов и машин − ***динамика машин*** – рассматриваются вопросы ***взаимосвязи движения звеньев механизмов с их инерционными свойствами и действующими силами***.

Рассмотрим две основные задачи ***динамического анализа*** машин.

1. ***Силовой анализ механизмов*** (так называемая прямая задача). К ней относят:

− *силовой расчет механизмов*;

− *уравновешивание механизмов*.

2. ***Анализ движения механизмов*** (обратная задача). В частности:

− *исследование характера движений механизмов под действием заданных сил*.

3.1. Классификация сил, действующих в механизмах

Для сил, действующих на звенья механизмов, принята следующая классификация.

1. ***Внешние и внутренние силы***

Внешние *– действуют на звенья рассматриваемой кинематической цепи со стороны звеньев, в нее не входящих.*

Внутренние *– силы взаимодействия между звеньями рассматриваемой кинематической цепи.*

2. ***Массовые и поверхностные силы***

Массовые (объемные) *– силы, действующие на все точки звена или во всем его объеме* (например, силы тяжести, упругости, инерции).

Поверхностные *– силы, действующие на отдельные части звеньев, как правило, на участки поверхностей* (силы трения, аэро- и гидродинамического сопротивления, усилия, возникающие в кинематических парах).

3. ***Силы движущие и сопротивлений***

Движущие *– совершают положительную работу за время своего действия.* Как правило, приложены к входному звену механизма и стремятся ускорить его движение.

Силы сопротивлений *– совершают отрицательную работу*. Стремятся замедлить движение входного звена. Их делят на ***силы производственного сопротивления*** и ***силы сопротивления среды***.

Силы производственного (технологического или ***полезного) сопротивления*** *совершают механическую работу, направленную на выполнение заданного технологического процесса машины*. Как правило, приложены к выходному (исполнительному) звену машины.

Силы сопротивления среды (трения) *совершают непроизводительную механическую работу.* Энергия, затрачиваемая на их преодоление, теряется, превращаясь в тепловую. Часто они незначительны по сравнению с силами производственного сопротивления и ими пренебрегают.

3.2. Цели и методы силового расчета плоских механизмов. Уравновешивающее усилие

Основные цели силового расчета механизмов:

− определение реакций (усилий), возникающих в кинематических парах в результате действия задаваемых нагрузок;

− определение уравновешивающего усилия, приложенного к входному (или выходному) звену механизма.

Для решения этих задач требуется информация о конструктивных параметрах звеньев (геометрических и инерционных) и параметрах их движения. Поэтому силовой расчет механизма выполняется только после его предварительного кинематического анализа.

Рассмотрим упрощенное решение этих задач, сделав ряд допущений.

1. ***Все звенья механизмов имеют плоскости материальной симметрии, параллельные плоскостям их движения***.

2. ***Все силы, действующие на звенья, расположены в плоскостях их симметрии, образуя плоские системы сил***.

3. ***Силами сопротивления среды и трения в кинематических парах будем пренебрегать, считая их идеальными связями***.

При силовом расчете механизмов обычно используют ***принцип кинетостатики. Если ко всем точкам звеньев, движущимся ускоренно, приложить кроме действующих на них активных сил и реакций еще и силы инерции, то полученные системы сил будут уравновешенными, а сами звенья будут находиться в условном статическом равновесии***.

В результате применения этого принципа составляются уравнения кинетостатического равновесия звеньев или их групп, векторные либо скалярные. Векторные уравнения удобно решать графически, построением ***силовых многоугольников − планов сил***.

Уравновешивающее усилие *в силовом расчете − условная сила или момент, приложенные к входному (или выходному) звену при его равномерном вращении, для уравновешивания всех нагрузок, действующих на механизм.*

У технологических машин, которые приводятся в действие сторонним источником энергии, оно имеет физический смысл ***движущего усилия***.

В зависимости от способа передачи энергии от вала двигателя к входному валу машины, это усилие представляют в виде силы $\overline{P}_y$ или момента M_y. Например, если соединение валов осуществляется через муфту (фрикционную, кулачковую и др.) − это будет крутящий момент M_y. Если привод осуществляется посредством механической передачи (зубчатой, ременной и др.), то это уравновешивающая сила $\overline{P}_y$.

При расчете уравновешивающей силы $\overline{P}_y$ её условно заданными параметрами считают линию действия и точку приложения на входном звене. Они определяются конструктивными особенностями передачи.

Для двигателей (энергетических машин) уравновешивающее усилие имеет смысл ***полезной нагрузки*** и приложено к их выходным звеньям (кривошипу, коленчатому валу, ротору).

3.3. Определение сил инерции звеньев плоских механизмов

Силы инерции являются массовыми силами и действуют на все точки тела, движущиеся ускоренно. Поэтому для звена они образуют систему бесконечного количества сил (***инерционное поле***), а с учетом принятого ранее допущения 2 (глава 3.2) − плоскую систему сил. Её всегда можно привести к центру масс звена к эквивалентной нагрузке, в общем случае к ***главному вектору*** и ***главному вектору-моменту сил инерции*** относительно центра масс. В частных случаях результаты приведения зависят от характера движения звеньев и расположения их центров масс. Покажем это на примере аксиального кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.1).

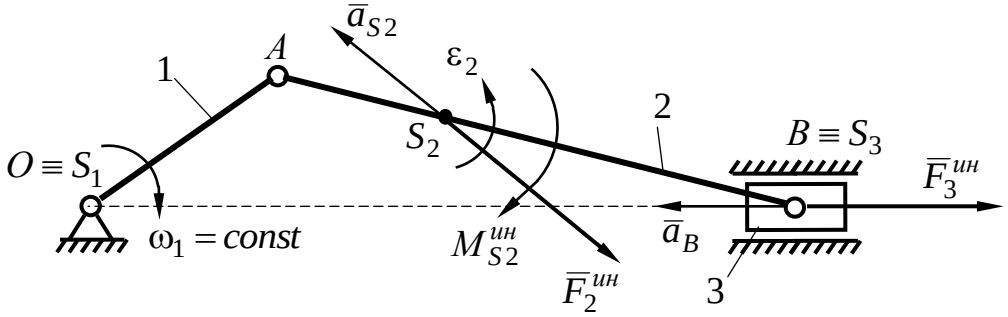


Рисунок 3.1 − К определению сил инерции звеньев кривошипно-ползунного механизма

1. *Поступательное движение* (ползун 3).

По свойству поступательного движения ускорения всех точек звена одинаковы. Тогда систему сил инерции, действующих на ползун 3, можно заменить одной ***равнодействующей силой − главным вектором***, приложенным в центре масс звена и определяемым как

$$\bar{F}_3^{ин} = -M_3 \cdot \bar{a}_B,$$

где M_3, $\bar{a}_B$ − масса ползуна 3 и ускорение его центра масс точки *B*.

2. *Плоскопараллельное движение* (шатун 2).

При плоском движении звена имеем общий случай приведения системы сил инерции. Его результатами являются как главный вектор, так и главный момент, определяемые как

$$\bar{F}_2^{ин} = -M_2 \cdot \bar{a}_{S2};$$

$$\bar{M}_{S2}^{ин} = -I_{S2} \cdot \bar{\varepsilon}_2,$$

где M_2, I_{S2} − масса и момент инерции шатуна относительно центра масс S_2;

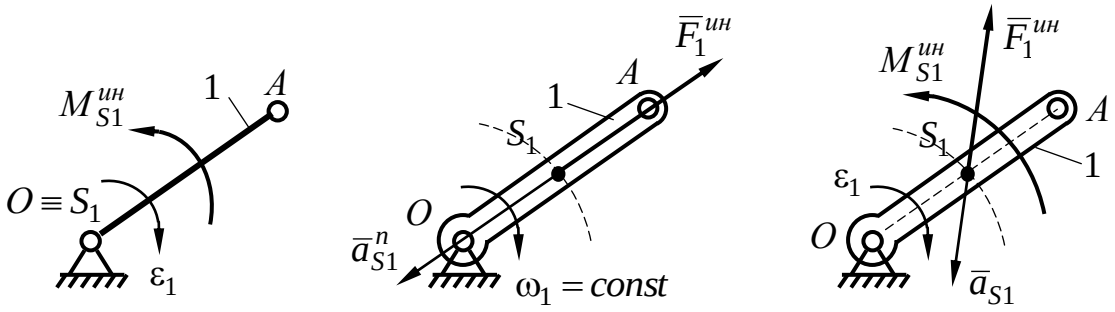
$\bar{a}_{S2}$, $\bar{\varepsilon}_2$ − ускорение центра масс 2-го звена и его угловое ускорение.

3. *Вращательное движение* (кривошип 1).

3.1. Вариант равномерного вращения кривошипа ($\omega_1 = const$) с центром масс, расположенным на оси его вращения ($S_1 \equiv O$).

Тогда $\varepsilon_1 = 0$, $\bar{a}_{S1} = 0$ и обе результирующие инерционные нагрузки будут равны нулю: $\bar{F}_1^{ин} = 0$, $\bar{M}_{S1}^{ин} = 0$. На отдельные точки кривошипа силы инерции действуют, однако в совокупности они компенсируют друг друга. ***В этом случае кривошип считается уравновешенным по силам инерции***.

3.2. Вариант кривошипа той же формы ($S_1 \equiv O$) при ускоренном вращении ($\varepsilon_1 \neq 0$) (рисунок 3.2 *а*). Тогда система сил инерции приводится к равнодействующему главному моменту: $\bar{M}_{S1}^{ин} = -I_{S1} \cdot \bar{\varepsilon}_1$.



а *б* *в*

Рисунок 3.2 − К определению результирующих сил инерции кривошипа

3.3. Вариант, когда центр масс кривошипа смещен относительно оси вращения ($S_1 \neq O$) (рисунок 3.2 *б*). При равномерном вращении точка S_1

движется с нормальным (центростремительным) ускорением: $\bar{a}_{S1} = \bar{a}_{S1}^{n}$. Результатом приведения будет равнодействующая центробежная сила инерции:

$$\bar{F}_1^{ин} = -M_1 \cdot \bar{a}_{S1}^{n}.$$

3.4. При ускоренном вращении кривошипа относительно оси, не совпадающей с центром его масс (рисунок 3.2 *в*), результаты приведения будут соответствовать общему случаю (как при плоскопараллельном движении):

$$\bar{F}_1^{ин} = -M_1 \cdot \bar{a}_{S1}; \quad \bar{M}_{S1}^{ин} = -I_{S1} \cdot \bar{\varepsilon}_1.$$

3.4. Реакции в кинематических парах плоских механизмов

В плоских механизмах содержатся кинематические пары 4-го и 5-го классов, высшие и низшие. Рассмотрим действие сил в них с учетом принятых допущений: об отсутствии трения в соединениях и общей плоскости действия всех сил. При этом кинематические пары образуют идеальные связи, реакции в которых определяются на основании известных положений теоретической механики.

1) ***Вращательная кинематическая пара (цилиндрический шарнир) − низшая, 5-го класса*** (рисунок 3.3).

При условии беззазорного соединения втулка соприкасается с осью всей цилиндрической поверхностью (рисунок 3.3 *а*). Реакция (например, воздействие *i*-го звена на *j*-е) представляет ***неравномерно распределенную нагрузку*** q_{ij}. Она ориентирована по нормали к соприкасающимся поверхностям (т.е. радиально), образуя плоскую сходящуюся в центре шарнира *A* систему сил. Она приводится к равнодействующей силе, приложенной в этом центре − $\bar{P}_{ij}$. Неизвестными её параметрами являются величина и направление (линия действия). Поэтому на схемах эту силу изображают пунктирным вектором (рисунок 3.3 *б*).

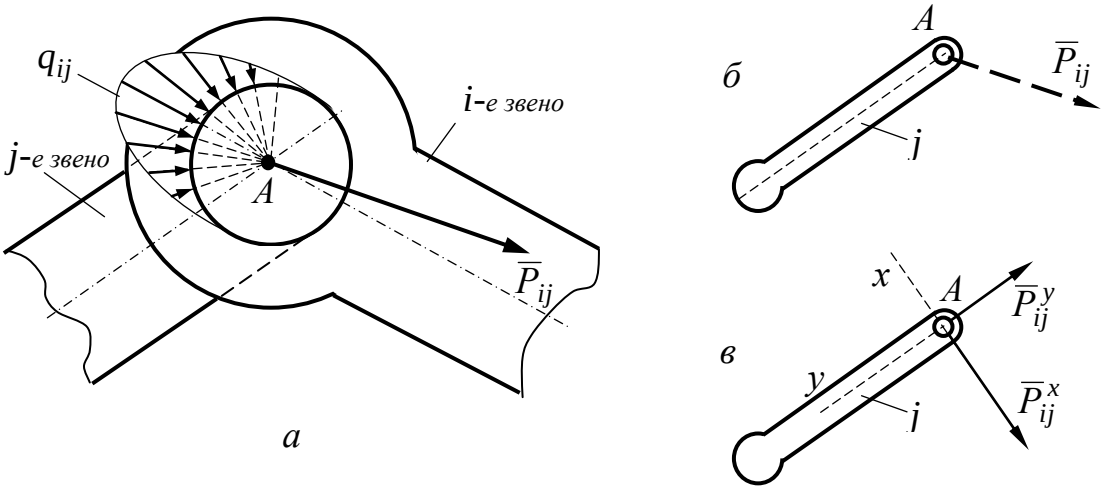


Рисунок 3.3 − Реакция во вращательной кинематической паре

Реакцию в шарнире удобно определять по частям, разложив её на две взаимно перпендикулярные составляющие, выбрав их ориентацию − *x, y* произвольно (рисунок 3.3 *в*), тогда:

$\overline{P}_{ij} = \overline{P}_{ij}^{x} + \overline{P}_{ij}^{y}$.

В этом случае неизвестными параметрами являются величины обеих составляющих сил.

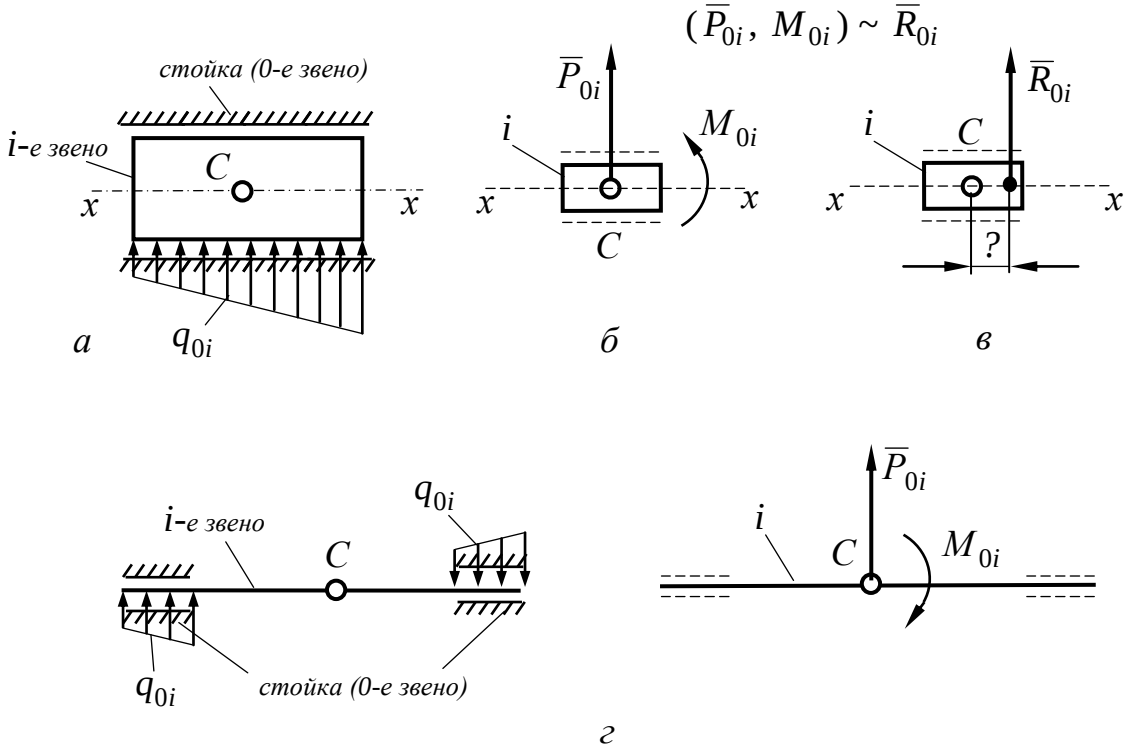


Рисунок 3.4 − Реакция в поступательной кинематической паре

2) ***Поступательная кинематическая пара − низшая, 5-го класса.***

При условии беззазорного соединения, реакция представляет распределенную нагрузку (в общем случае неравномерно), перпендикулярную соприкасающимся поверхностям звеньев (например, реакция 0-го звена (стойки) на *i*-е звено, рисунок 3.4), т.е. плоскую систему параллельных сил.

В общем случае ее можно привести в произвольную точку звена к результирующей силе − главному вектору $\overline{P}_{0i}$ и результирующей паре сил − главному моменту M_{0i} (рисунок 3.4 *б, г*). В этом случае неизвестными являются их величины.

Иногда реакцию можно представить равнодействующей силой, перпендикулярной поверхностям звеньев. Например, $\overline{R}_{0i}$ − реакция со стороны стойки (0-го звена) на *i*-е звено (рисунок 3.4 *в*). Неизвестными ее параметрами являются величина силы и положение точки ее приложения.

Оба способа приведения нагрузки эквивалентны друг другу.

3) ***Высшая кинематическая пара − 4-го класса*** (рисунок 3.5).

Звенья (например, *i*-е и *j*-е) касаются в точке *K*. Без учета трения реакцией в соединении является сила $\overline{P}_{ij}$, направленная по нормали к соприкасающимся поверхностям *(n-n)*. Так как геометрические параметры звеньев при силовом расчете считаются заданными, то у этой реакции неизвестен один параметр − величина силы.

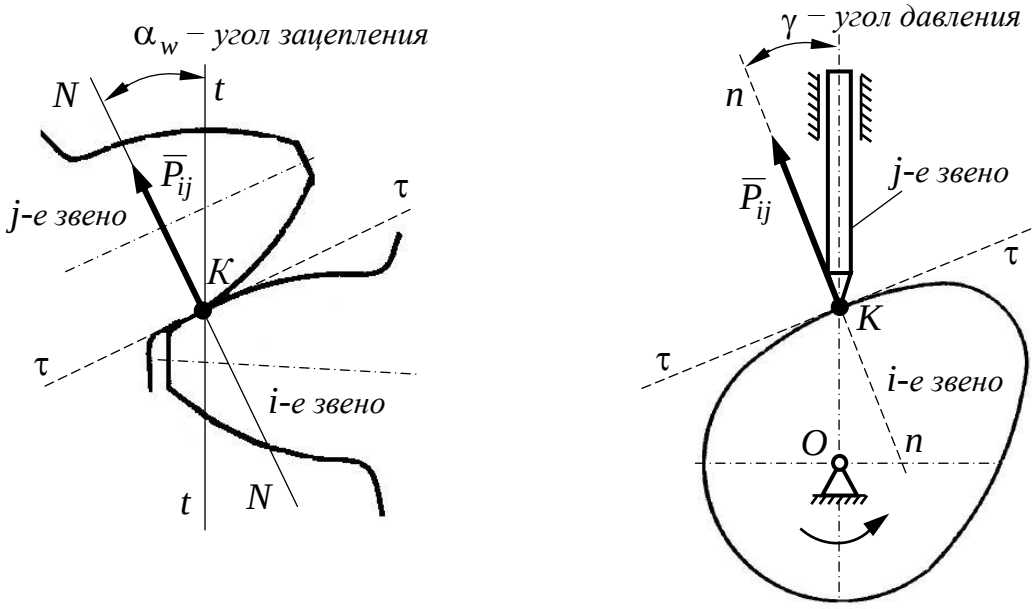


Рисунок 3.5 − Реакции в высших кинематических парах без учета трения

3.5. Статическая определимость плоских кинематических цепей

При силовом расчете плоских кинематических цепей возникает вопрос об их статической определимости, то есть возможности вычисления всех реакций в кинематических парах.

Механическая система является статически определимой, если число независимых уравнений равновесия не меньше числа неизвестных параметров в них.

Для плоского механизма оптимального по структуре, состоящего из *n* звеньев, p_5 пар 5-го класса и p_4 пар 4-го класса, из ***формулы Чебышева*** (глава 1.5) следует:

$$3n = 2p_5 + p_4 + W .$$

Из курса статики известно, что равновесие тела (звена) в плоскости описывается тремя независимыми скалярными уравнениями. Для плоского механизма общее количество таких уравнений будет (3*n*).

Реакции в любой паре 5-го класса содержат два неизвестных параметра, а в паре 4-го класса − один. Тогда общее число неизвестных силовых параметров в плоском механизме равно: $(2p_5 + p_4)$.

Таким образом, число уравнений ($3n$) больше количества неизвестных ($2p_5 + p_4$) на величину, соответствующую степени подвижности механизма (W), т.е. ***любой оптимальный плоский механизм статически определим.***

«Лишние» уравнения (количеством W) могут использоваться для определения внешних нагрузок механизма, например, ***уравновешивающих усилий***. Это могут быть активный движущий момент или сила, прикладываемые к входному звену технологической машины для приведения её в действие.

Как отмечалось в главе 1.5, плоский механизм с высшими парами можно заменить эквивалентным ему рычажным механизмом, в состав которого входят группы Ассура. Для них характерно условие

$$3n = 2p_5,$$

т.е. количество уравнений равновесия равно числу неизвестных в них.

Таким образом, ***любая структурная группа Ассура также является статически определимой.***

3.6. Методика силового расчета плоских рычажных механизмов

Рассмотрим общую методику силового расчета механизмов II класса.

- Исходные данные:

− кинематическая схема механизма (в конкретной позиции);

− инерционные свойства звеньев (массы, координаты центров масс, моменты инерции относительно центров масс);

− внешние динамические нагрузки (силы полезного сопротивления);

− результаты кинематического анализа (ускорения звеньев).

- Предварительно вычисляются силы тяжести звеньев $\overline{G}_i$, силы инерции (главные векторы $\overline{F}_i^{ин}$ и главные моменты этих сил $M_{Si}^{ин}$).

- Силовой анализ механизма выполняется по группам Ассура в последовательности обратной его образованию. Начинают расчет с группы, наиболее удаленной от входного звена. Затем исследуют предыдущую и т.д. Завершают силовым анализом входного звена (первичного механизма).

- Расчет групп Ассура 2-го класса любого из пяти видов (см. рисунок 1.9) производится графоаналитическим методом по общему алгоритму. Его задача – определить реакции в трех кинематических парах: двух крайних и одной средней.

1. Изображается кинематическая схема группы. К звеньям прикладываются:

− силы полезного сопротивления, тяжести $\overline{G}_i$, результирующие сил инерции: $\overline{F}_i^{ин}$ и $M_{Si}^{ин}$;

− реакции в двух крайних кинематических парах группы, как результаты действия мысленно отброшенных звеньев механизма.

Составляется векторное (основное) уравнение кинетостатического равновесия группы следующего вида: $\sum \overline{F}_i = 0$.

В уравнении определяется количество неизвестных параметров сил.

Если их две (в группе 4-го вида), уравнение решается графически построением ***силового многоугольника − плана сил группы Ассура***.

Если в уравнении три неизвестных (группы 2-го, 5-го видов) или четыре (группы 1-го и 3-го видов), то оно в таком виде не разрешимо. В этом случае составляются дополнительные уравнения равновесия (соответственно одно или два). Их формат:

$\sum(F_i)_x = 0$ − сумма проекций сил на некоторую ось *x*;

$\sum m(\overline{F}_i) = 0$ − сумма моментов сил относительно некоторой точки.

Дополнительные уравнения могут составляться как для всей группы, так и для отдельных ее звеньев.

2. Силовой анализ одного из звеньев группы.

Изображается его кинематическая схема. Прикладываются действующие нагрузки. Добавляется реакция в средней кинематической паре со стороны другого звена группы. Составляется уравнение, из которого находится один из неизвестных параметров основного уравнения группы.

3. После определения всех «лишних» неизвестных основного уравнения оно решается графически, построением плана сил группы Ассура. Из него находят остальные неизвестные реакции в двух крайних парах группы.

4. Неизвестные реактивные моменты находят из уравнений вида $\sum m(\overline{F}_i) = 0$, применяя их как для отдельных звеньев, так и для всей структурной группы.

5. Определяется реакция в средней кинематической паре группы. Составляется одно или два уравнения (скалярных или векторных) для одного из звеньев группы.

В результате определены реакции во всех трех кинематических парах группы Ассура.

● Далее переходят к силовому анализу предыдущей группы Ассура, выполняя его аналогично, и т.д.

● В последнюю очередь выполняется силовой расчет входного звена (первичного механизма). Его задача – найти реакцию в кинематической паре, соединяющей звено со стойкой (обычно вращательной), а также уравновешивающее усилие. Последовательность действий следующая.

1. Выполняется кинематическая схема входного звена. К нему прикладываются:

− заданные нагрузки (силы тяжести, инерции, реакция в кинематической паре со стороны 2-го звена);

− реакция в шарнире, соединяющем звено со стойкой ($\overline{P}_{01}$);

− уравновешивающее усилие (сила $\overline{P}_y$ или момент M_y).

2. Определяется уравновешивающее усилие из скалярного уравнения кинетостатического равновесия: $\sum m_O(\overline{F}_i) = 0$.

3. Находится реакция $\overline{P}_{01}$ из векторного уравнения: $\sum \overline{F}_i = 0$, которое обычно решается графически построением ***плана сил входного звена***.

ЛЕКЦИЯ № 7

1. Общие понятия об уравновешивании механизмов.
2. Уравновешивание роторов. Общие положения.
3. Статическое уравновешивание ротора.
4. Моментное уравновешивание ротора.
5. Динамическое уравновешивание ротора.
6. Уравновешивание плоских рычажных механизмов на фундаменте.
7. Метод замещающих масс при статическом уравновешивании плоских рычажных механизмов.

Г Л А В А 2. У Р А В Н О В Е Ш И В А Н И Е М Е Х А Н И З М О В

3.7. Общие понятия об уравновешивании механизмов

При работе машины из-за ускоренного движения точек её звеньев на них действуют ***динамические нагрузки***. Они вызывают дополнительные усилия в кинематических парах и передаются фундаменту машины.

Поскольку движения звеньев, как правило, периодически повторяются, то динамические нагрузки также изменяются циклически. Их интенсивность зависит от скоростного режима машины и зачастую соизмерима с действием основных технологических нагрузок.

Динамические нагрузки приводят:

− к дополнительным напряжениям в звеньях, увеличению реакций в кинематических парах;

− к колебаниям звеньев, вибрации всей машины, дополнительным затратам энергии на ее привод;

− к ухудшению качества технологического процесса;

− снижению ресурса машины, повышению вероятности ее поломки.

Таким образом, при проектировании машин необходимы *специальные мероприятия по снижению динамических нагрузок, вызванных ускоренным движением их звеньев*. Их называют ***уравновешиванием механизмов***.

Задача эта решается рациональным подбором и распределением масс звеньев, поэтому иначе называется ***уравновешиванием масс механизма***.

Для оценки динамических нагрузок в кинематических парах используют ***принцип кинетостатики***. При таком подходе причиной их возникновения можно считать действие сил инерции. А их снижение называют ***уравновешиванием сил инерции механизма***.

Силы инерции, действующие на звено, всегда можно привести к его центру масс S в общем случае к ***главному вектору*** $\overline{F}_{ин}$ и ***главному моменту*** $M_S^{ин}$. Эти параметры считаются мерой неуравновешенности как отдельных звеньев, так и механизма в целом (рисунок 3.6).

Различают:

− ***статическое уравновешивание*** − *мероприятия, направленные на снижение только* $\overline{F}_{ин}$;

− ***моментное уравновешивание*** − *призвано уменьшить* $M_S^{ин}$;

− ***динамическое (***или ***полное) уравновешивание*** *– уменьшение обоих результирующих инерционных нагрузок* $\overline{F}_{ин}$ и $M_S^{ин}$.

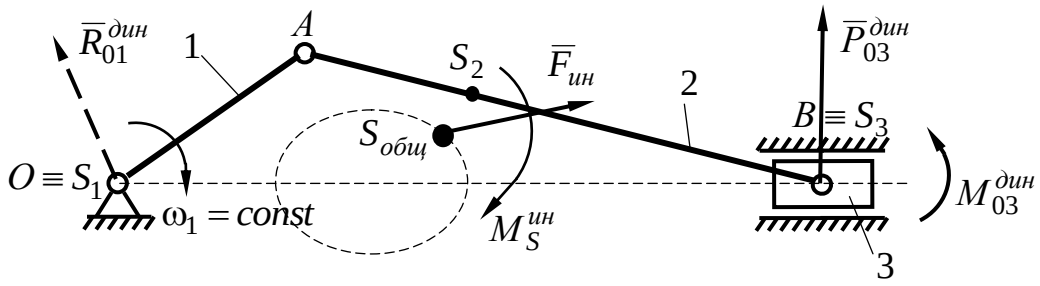


Рисунок 3.6 − Результирующие сил инерции кривошипно-ползунного механизма и дополнительные динамические реакции в опорах

Кроме того существуют ***две задачи уравновешивания***:

− ***уравновешивание машины в целом на фундаменте*** − *снижение динамических нагрузок, оказываемых машиной на ее основание (стойку);*

− ***уравновешивание отдельных звеньев машины (локальное)*** − *снижение динамических реакций в отдельных кинематических парах*.

3.8. Уравновешивание роторов. Общие положения

Ротором *(по ГОСТ 19534-74) называется тело, удерживаемое при вращении своими несущими поверхностями в опорах.*

Вращающиеся детали применяются практически в любой машине. Их скорости могут достигать весьма больших значений, например:

− коленчатые валы ДВС − до 8 000 об/мин;

− турбины воздушных компрессоров ДВС − до 20 000 об/мин;

− роторы газовых горнообогатительных центрифуг − до 90 000 об/мин.

При таких режимах вращения центробежные силы инерции могут вызвать огромные динамические нагрузки в опорах, вплоть до их разрушения. Поэтому задача уравновешивания роторов актуальна и успешно решается. Её называют ***балансировкой роторов***.

Рассмотрим неуравновешенный ротор массой *M*, равномерно вращающийся с угловой скоростью $\omega = const$ (рисунок 3.7). В общем случае его центр масс *S* смещен относительно оси вращения на величину $\bar{r}_S$.

Свяжем с ротором подвижную систему координат *Oxyz*. Причем ось *z* совместим с осью вращения, а оси *x* и *y* расположим в поперечном сечении, содержащем центр масс ротора *S*.

Рассмотрим точку ротора массой m_k на расстоянии r_k от оси вращения в произвольном его сечении, (рисунки 3.7, 3.8). При равномерном вращении ротора она движется с нормальным (центростремительным) ускорением −

$$\bar{a}_k^n = -\omega^2 \bar{r}_k ,$$

следовательно, на нее действует центробежная сила инерции:

$$\bar{F}_k^{ин} = -m_k \bar{a}_k^n = \omega^2 (m_k \bar{r}_k).$$

Здесь выражение $(m_k \bar{r}_k)$ называют ***статическим моментом или дисбалансом массы*** m_k ***относительно оси*** z.

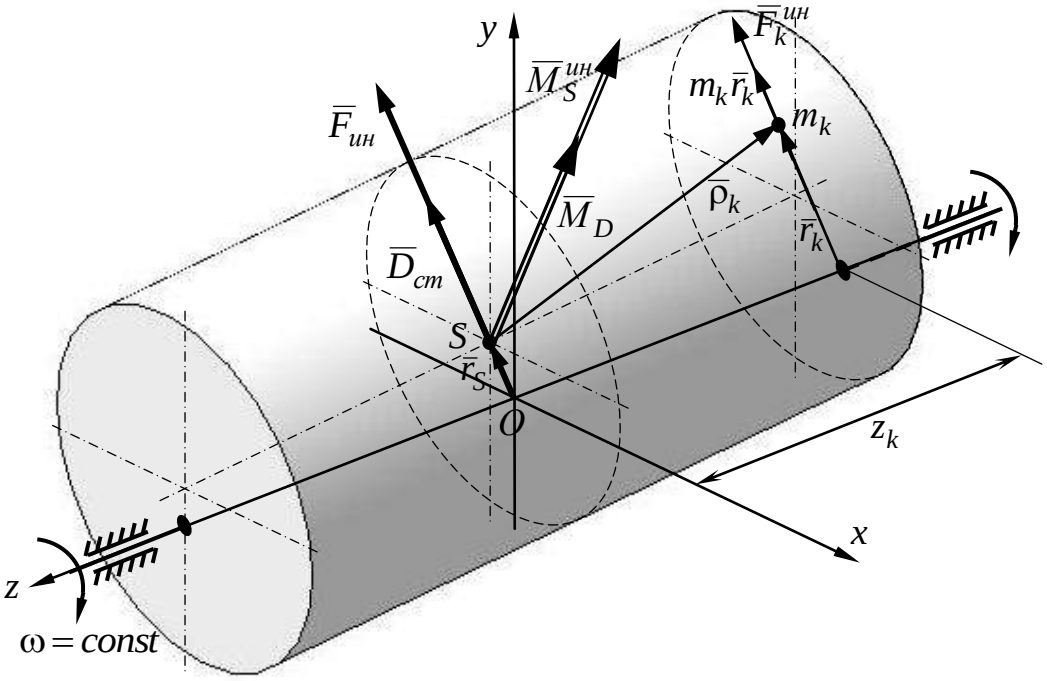


Рисунок 3.7 − Приведение сил инерции ротора к его центру масс

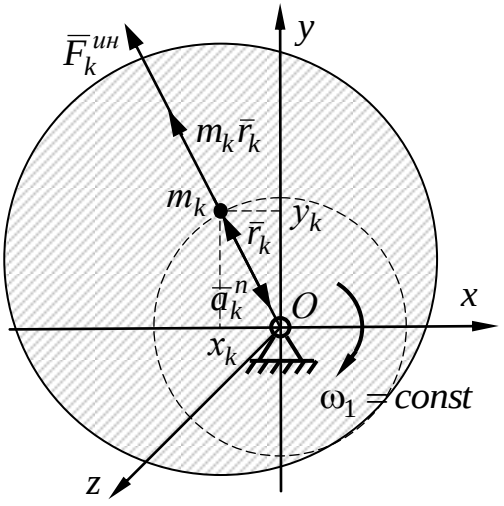


Рисунок 3.8 − Действие центробежной силы инерции

Таким образом, даже при равномерном вращении ротор находится под действием ***центробежных сил инерции (центробежного поля)***. Приведем их в центр масс *S* к главному вектору $\bar{F}^{ин}$ и главному вектору-моменту $\bar{M}_S^{ин}$.

Условие статической уравновешенности ротора.

Главный (т.е. суммарный) вектор сил инерции равен:

$$\bar{F}^{ин} = \sum \bar{F}_k^{ин} = \omega^2 \sum m_k \bar{r}_k \text{ , или}$$

$$\bar{F}^{ин} = -M \cdot \bar{a}_S = \omega^2 M \cdot \bar{r}_S .$$

Введя обозначение

$\bar{D}_{cm} = \sum m_k \bar{r}_k = M \cdot \bar{r}_S$, получим $\bar{F}^{ин} = \omega^2 \bar{D}_{cm}$.

Здесь параметр $\bar{D}_{cm}$ называется ***главным вектором дисбалансов ротора*** (или его ***дисбалансом***). Он сонаправлен с главным вектором сил инерции $\bar{F}^{ин}$ и радиус-вектором центра масс $\bar{r}_S$.

Дисбаланс ротора не зависит от режима его движения. Он характеризует геометрию его массы: неравномерность ее распределения относительно оси вращения. Поэтому именно дисбаланс считают мерой статической неуравновешенности вращающихся тел.

Ротор статически уравновешен при условиях:

– $\bar{F}^{ин} = 0$ ***(главный вектор сил инерции равен нулю);*** $\Leftrightarrow$

– $\bar{D}_{cm} = 0$ ***(дисбаланс ротора равен нулю);*** $\Leftrightarrow$

– $\bar{r}_S = 0$ ***(центр масс расположен на оси вращения ротора);*** $\Leftrightarrow$

– ***ось вращения ротора z является его центральной осью.***

<u>*Условие моментной уравновешенности ротора*</u>.

Главный вектор-момент сил инерции ротора определяется как

$\bar{M}_S^{ин} = \sum \bar{m}_S(\bar{F}_k^{ин}) = \sum(\bar{\rho}_k \times \bar{F}_k^{ин}) = \omega^2 \sum(\bar{\rho}_k \times m_k \bar{r}_k) = \omega^2 \bar{M}_D$,

где $\bar{\rho}_k$ – радиус-вектор массы m_k относительно центра масс *S* ротора;

$\bar{M}_D = \sum(\bar{\rho}_k \times m_k \bar{r}_k)$ – ***главный момент дисбалансов ротора***, величина которого определяется по формулам

$M_D = \sum m_k r_k z_k$ или $M_D = \sqrt{I_{xz}^2 + I_{yz}^2}$.

Здесь $I_{xz} = \sum m_k x_k z_k$; $I_{yz} = \sum m_k y_k z_k$ – ***центробежные моменты инерции ротора*** *относительно координатных осей x, y, z*;

x_k, y_k, z_k – координаты *k*-х точек ротора относительно осей *x, y, z*.

Главный момент дисбалансов ротора, так же как и его дисбаланс, является конструктивным параметром. Он характеризует асимметрию распределения массы ротора относительно двух плоскостей *xz* и *yz*.

Ротор уравновешен по моментам сил инерции при условиях:

– $\bar{M}_S^{ин} = 0$ ***(главный момент сил инерции равен нулю);*** $\Leftrightarrow$

– $\bar{M}_D = 0$ ***(главный момент дисбалансов равен нулю);*** $\Leftrightarrow$

– $I_{xz} = I_{yz} = 0$ ***(центробежные моменты инерции ротора относительно его оси вращения z и двух любых других осей x, y равны нулю);*** $\Leftrightarrow$

– ***ось вращения ротора является его главной осью инерции.***

Условием динамической (или полной) уравновешенности ротора является одновременное выполнение условий его статической и моментной уравновешенности:

1) $\bar{F}^{ин} = 0$, $\Leftrightarrow$ $\bar{D}_{cm} = 0$, $\Leftrightarrow$ $\bar{r}_S = 0$.

2) $\overline{M}_S^{ин} = 0, \;\Leftrightarrow\; \overline{M}_D = 0, \;\Leftrightarrow\; I_{xz} = I_{yz} = 0.$

С точки зрения геометрии массы ротора это означает, что ***ось вращения z должна являться его главной центральной осью инерции***.

3.9. Статическое уравновешивание ротора

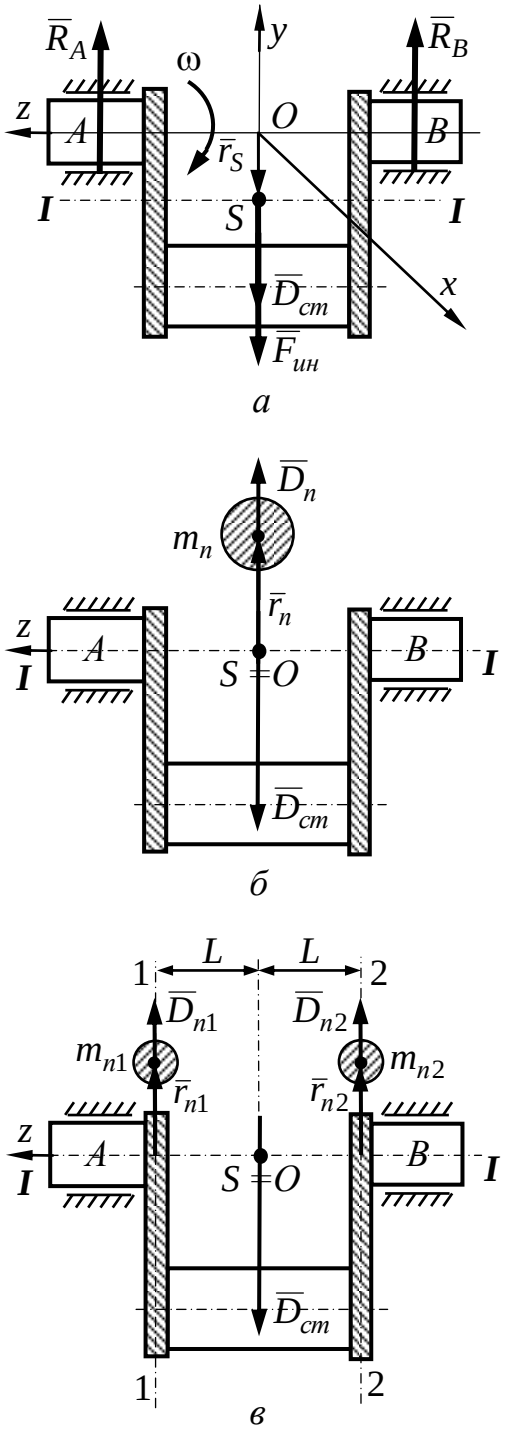


Рисунок 3.9 − Статическая балансировка ротора

Статическая балансировка выполняется для роторов, если (рисунок 3.9 *а*):

− центр масс *S* смещен относительно оси вращения *z* (т.е. $\overline{D}_{ст} \neq 0$);

− главная центральная ось инерции *(I−I)* параллельна оси вращения ($\overline{M}_D = 0$).

Такой частный случай характерен, например, для одноколенчатых валов. При вращении таких роторов в опорах возникают дополнительные динамические реакции, равные друг другу: $\overline{R}_A = \overline{R}_B$.

Балансировка состоит в подборе одной корректирующей массы (противовеса m_n) и установке ее противоположно центру масс *S* относительно оси вращения *z* (рисунок 3.9 *б*). Расчет противовеса производится из условия

$$\overline{D}_{ст} + \overline{D}_n = 0,$$

где $\overline{D}_n = m_n \bar{r}_n$ − дисбаланс противовеса, один из параметров которого (m_n или $\bar{r}_n$) выбирается конструктивно, а другой вычисляется.

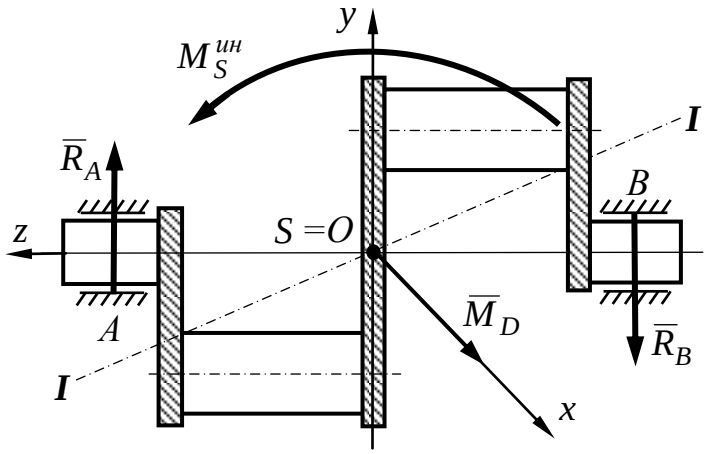
В результате такой балансировки ротор будет уравновешен не только статически, но и динамически (полностью). Его главная центральная ось инерции совпадет с осью вращения: *(I−I)* ≡ *z*.

На практике уравновешивание одноколенчатых валов выполняют двумя противовесами. Они располагаются в двух ***плоскостях коррекции (исправления)*** − 1-1 и 2-2, на одинаковом расстоянии *L* от плоскости, содержащей центр масс (рисунок 3.9 *в*). При этом

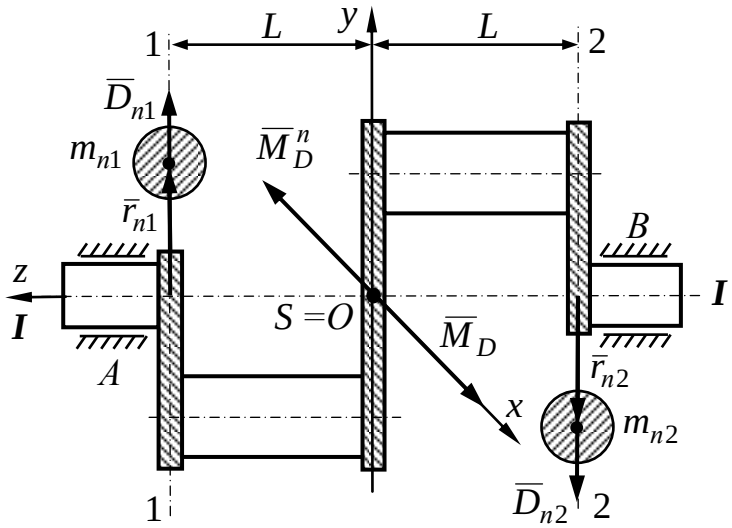
$$\overline{D}_{n1} = \overline{D}_{n2} = \overline{D}_n / 2.$$

3.10. Моментное уравновешивание ротора

Моментное уравновешивание ротора производится, если его главная центральная ось инерции *(I−I)* пересекает ось вращения в центре масс *S* (рисунок 3.10). При этом главный момент дисбалансов $\overline{M}_D \neq 0$, а дисбаланс ротора $\overline{D}_{cm} = 0$. Этот случай характерен, например, для двухколенчатого вала. При вращении такого ротора в опорах возникают динамические реакции, образующие пару сил: $\overline{R}_A = -\overline{R}_B$.



а



б

Рисунок 3.10 − Моментная балансировка ротора

Уравновесить пару сил можно только противоположной парой. Поэтому для моментной балансировки необходимы два противовеса m_{n1} и m_{n2} (рисунок 3.10 *б*). Их размещают в двух разных плоскостях коррекции: 1-1 и 2-2 на равном расстоянии *L* от плоскости, содержащей центр масс *S*. Дисбалансы противовесов должны составлять пару дисбалансов: $\overline{D}_{n1} = -\overline{D}_{n2}$, причем момент этой пары $\overline{M}_D^n$ должен удовлетворять условию

$$\overline{M}_D + \overline{M}_D^n = 0,$$

где $D_{n1} = m_{n1} r_{n1}$, $D_{n2} = m_{n2} r_{n2}$ − величины дисбалансов противовесов;

$M_D^n = D_{n1} L + D_{n2} L = 2 D_n L$ − момент пары дисбалансов противовесов.

При расчете противовесов конструктивно задаются расположением плоскостей исправления ротора (т.е. плечом L), их радиусами r_{n1}, r_{n2} и тогда вычисляют массы m_{n1} и m_{n2} (либо наоборот).

В результате главная центральная ось инерции ротора совпадет с его осью вращения: $(I-I) \equiv z$ и ротор окажется уравновешенным не только по моментам сил инерции, но и в целом динамически.

3.11. Динамическое уравновешивание ротора

На практике чаще встречается общий случай неуравновешенности ротора (динамической), при котором (рисунок 3.11):

− центр масс S смещен относительно оси вращения z (т.е. $\overline{D}_{cm} \neq 0$);

− главная центральная ось инерции ($I-I$) перекрещивается с осью вращения z либо пересекает ее в произвольной точке (т.е. $\overline{M}_D \neq 0$).

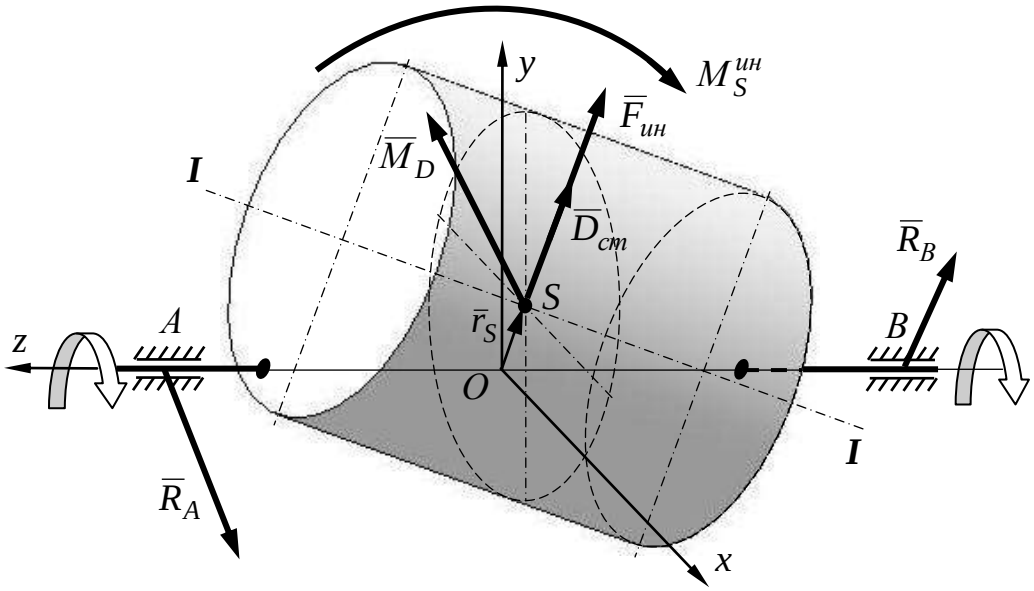


Рисунок 3.11 − Общий случай неуравновешенного ротора

Динамические реакции в опорах ротора $\overline{R}_A$ и $\overline{R}_B$ различны по величине и в общем случае перекрещиваются. Уравновесить их можно также двумя противовесами m_{n1} и m_{n2}. Их размещают в двух произвольных плоскостях исправления 1 и 2 (рисунок 3.12). Расчет их параметров производится на основании двух условий (статической и моментной уравновешенностей):

1) $\overline{D}_{ст} + \overline{D}_{n1} + \overline{D}_{n2} = 0$;

2) $\overline{M}_D + \overline{M}_D^{n1} + \overline{M}_D^{n2} = 0$,

где $\overline{D}_{n1} = m_{n1} \cdot \bar{r}_{n1}$, $\overline{D}_{n2} = m_{n2} \cdot \bar{r}_{n2}$ − векторы дисбалансов противовесов;

$M_D^{n1} = m_{n1} \cdot r_{n1} \cdot l_{n1}$, $M_D^{n2} = m_{n2} \cdot r_{n2} \cdot l_{n2}$ − величины моментов дисбалансов противовесов относительно центра масс ротора *S*.

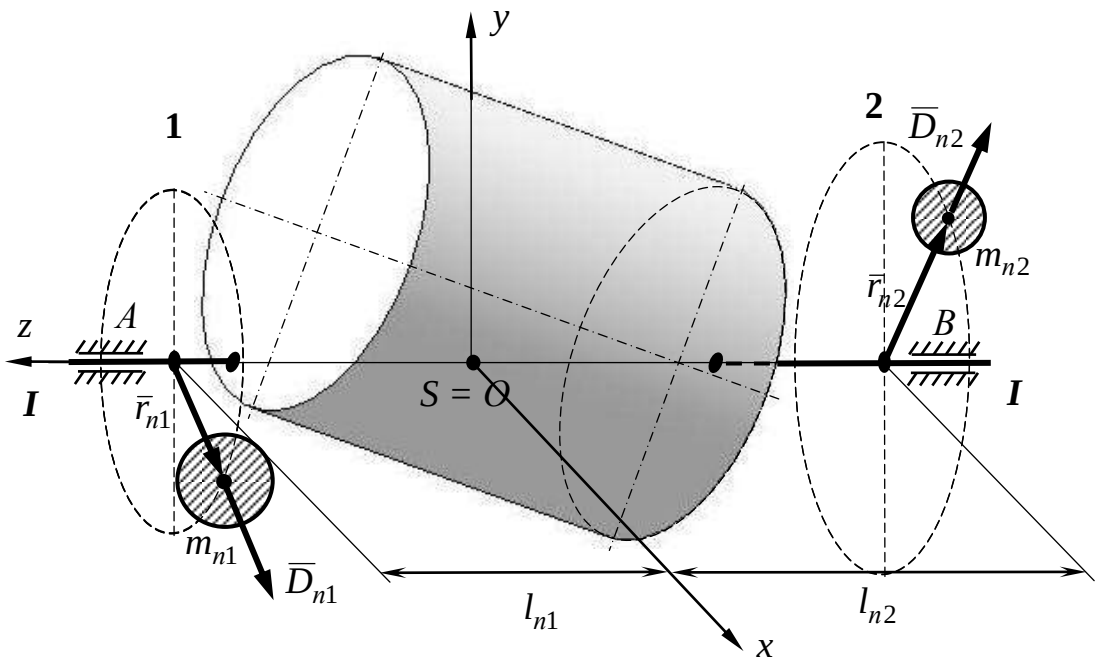


Рисунок 3.12 − Динамическая балансировка ротора

При балансировке предварительно задаются плоскостями исправления 1-1 и 2-2 (т.е. расстояниями l_{n1}, l_{n2}), а также одними из параметров противовесов: радиусами r_{n1}, r_{n2} или их массами m_{n1} и m_{n2}, вычисляя по формулам 1) и 2) другие их параметры.

В итоге ротор станет уравновешенным как по силам инерции (статически), так и по моментам этих сил. Главная центральная его ось инерции совпадет с осью вращения: *(I−I)* ≡ *z*.

3.12. Уравновешивание плоских рычажных механизмов на фундаменте

Механизм считается уравновешенным на фундаменте, если результирующие его сил инерции при любом режиме движения будут равны нулю:

1) $\overline{F}_{ин} = 0$;

2) $\overline{M}_S^{ин} = 0$.

Так как $\overline{F}_{ин} = -M\overline{a}_S$, то первое условие выполняется, если $\overline{a}_S = 0$, т.е. ***центр масс механизма S остается неподвижен***.

Анализ главного вектора-момента сил инерции $\overline{M}_S^{ин}$ показывает, что он будет равен нулю при условии, когда

$$I_{Sxz} = \sum m_k x_k z_k = const;$$

$$I_{Syz} = \sum m_k y_k z_k = const,$$

т.е. ***центробежные моменты инерции механизма относительно любых осей x, y, z, проведенных через его центр масс S (где z перпендикулярна плоскости движения), должны быть неизменны***.

На практике обеспечить выполнение обоих условий достаточно сложно и не всегда оправдано экономически. Поэтому часто ограничиваются частичным уравновешиванием рычажных механизмов на фундаменте, в частности, снижением только главного вектора сил инерции, т.е. статическим уравновешиванием.

3.13. Метод замещающих масс при статическом уравновешивании плоских рычажных механизмов

В основе метода − ***замена (замещение) звеньев механизма, совершающих вращательное и плоскопараллельное движение, их условными моделями, состоящими из двух точечных масс***. Места сосредоточения этих масс выбирают в шарнирах (рисунок 3.13). Их расчет выполняют на основании следующих условий:

1) ***масса исходного звена равна массе его двухточечной модели, т.е. сумме замещающих масс***,

$$m = m_A + m_B;$$

2) ***центры масс исходного звена и замещающих его точек совпадают***, (при этом статические моменты замещающих масс относительно центра масс S должны быть равны),

$$m_A \cdot l_{AS} = m_B \cdot l_{BS}.$$

Такая замена звена называется ***статическим разнесением (размещением) его массы по заменяющим точкам***. В этом случае условие материального подобия звена и его двухточечной модели состоит в том, что их главные векторы сил инерции равны. Поэтому этот метод используется при статическом уравновешивании механизмов.

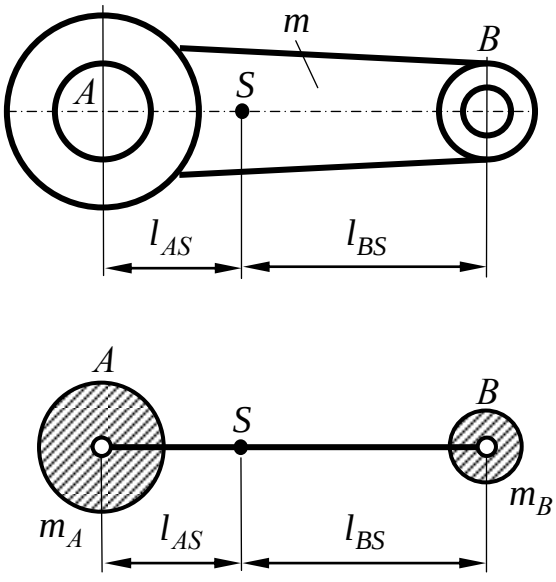


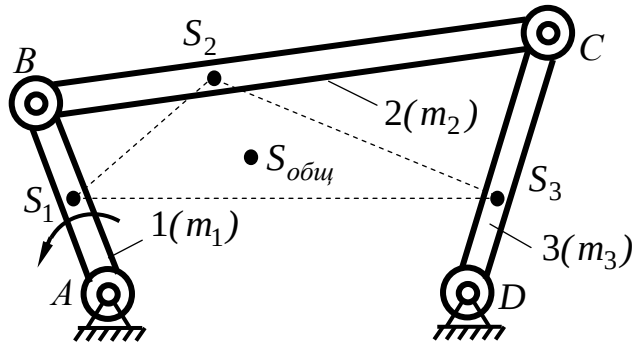
Рисунок 3.13 − Статическое разнесение массы звена по замещающим его точкам

Общая методика его применения заключается в следующем.

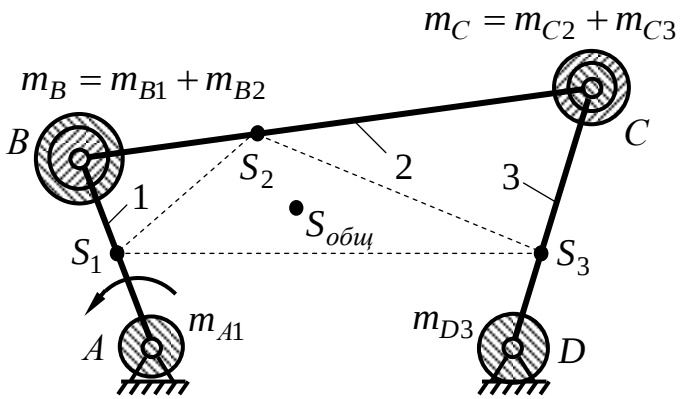
1) Каждое звено механизма, совершающее вращательное или плоскопараллельное движение, условно заменяют двухточечными моделями, размещая их массы в шарнирах (как подвижных, так и неподвижных).

2) Подбором противовесов последовательно уравновешивают подвижные замещающие массы относительно неподвижных шарниров. В итоге общий центр масс механизма $S_{общ}$ сместится и окажется неподвижным.

На рисунке 3.14 приведен один из вариантов статического уравновешивания шарнирного четырехзвенника. В результате установки двух противовесов на 1-м и 3-м звеньях общий центр масс механизма $S_{общ}$ переместился на линию опор *A* и *D* и стал неподвижен.



Исходный неуравновешенный механизм



4-точечная модель механизма

Звено 1: $m_{A1} + m_{B1} = m_1;$

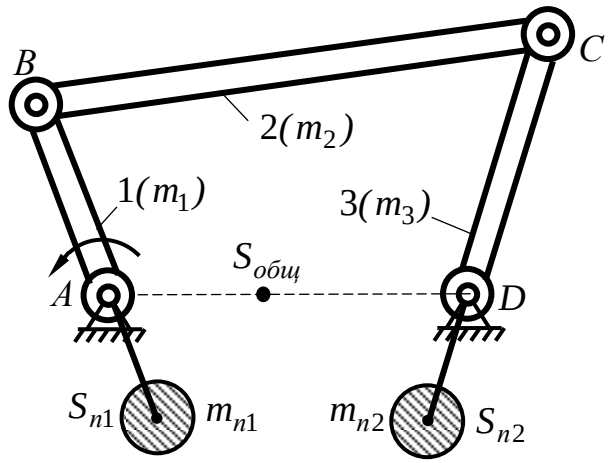
$m_{A1} \cdot AS_1 = m_{B1} \cdot BS_1.$

Звено 2: $m_{B2} + m_{C2} = m_2;$

$m_{B2} BS_2 = m_{C2} CS_2.$

Звено 3: $m_{C3} + m_{D3} = m_3;$

$m_{C3} CS_3 = m_{D3} DS_3.$



Результат статического уравновешивания двумя противовесами

$m_{n1} \cdot AS_{n1} = m_B \cdot AB;$

$m_{n2} \cdot DS_{n2} = m_C \cdot CD.$

Рисунок 3.14 − Статическое уравновешивание шарнирного четырехзвенника

ЛЕКЦИЯ № 8

1. Основная задача динамического исследования машины.
2. Динамическая модель машины.
3. Приведение сил в механизмах.
4. Приведение масс в механизмах.
5. Уравнение движения машины.

Г Л А В А 3. И С С Л Е Д О В А Н И Е Д В И Ж Е Н И Я М А Ш И Н Ы

3.14. Основная задача динамического исследования машины

Второй основной задачей динамики машин является ***исследование характера их движения под действием заданных сил с учетом инерционных свойств звеньев.***

Рассмотрим её решение для плоских механизмов с одной степенью свободы (W = 1). Как отмечалось, кинематические параметры их звеньев можно выразить в зависимости от одной обобщенной координаты (например, угла поворота начального звена φ). Причем для этого достаточно иметь только кинематическую схему механизма.

Поэтому сформулированную ***динамическую задачу можно считать решенной, если будет найден закон вращательного движения начального звена (в технологических машинах обычно входного):*** $\varphi = \varphi(t)$. Тогда определение параметров движения остальных звеньев является задачей кинематики, а не динамики.

3.15. Динамическая модель машины

При исследовании сложных процессов или объектов распространенным научным подходом является замена их упрощенными моделями. Эти модели учитывают только определенные, наиболее значимые для решения поставленной задачи свойства реальных объектов.

При динамическом анализе машин используют их ***динамические модели***. Наиболее простая из них − одномассовая динамическая модель. Структурно она представляет собой одно условное звено, вращающееся по тому же закону, что реальное начальное звено машины:

$\omega_{мод} = \omega_1$.

Кроме этого ***динамическая модель должна обладать инерционными свойствами и динамическим (силовым) нагружением, эквивалентными реальной машине.***

Фактически при создании динамической модели массы всех звеньев машины и действующие на них силы необходимо по специальным правилам

привести к начальному звену. В этом случае его называют ***звеном приведения.***

Результат приведения масс может быть представлен двумя вариантами:

1 − моментом инерции условного тела − ***суммарным приведенным моментом инерции механизма*** I_{Σ}^{np};

2 − условной точечной массой на звене приведения − ***суммарной приведенной массой механизма*** m_{Σ}^{np}.

Итоги приведения нагрузок также можно представить двояко:

1 − условным моментом силы − ***суммарным приведенным моментом механизма*** M_{Σ}^{np};

2 − условной силой, приложенной в выбранной точке звена приведения − ***суммарной приведенной силой механизма*** P_{Σ}^{np}.

Таким образом, одномассовая динамическая модель машины структурно можно быть представлена различными видами (рисунок 3.15).

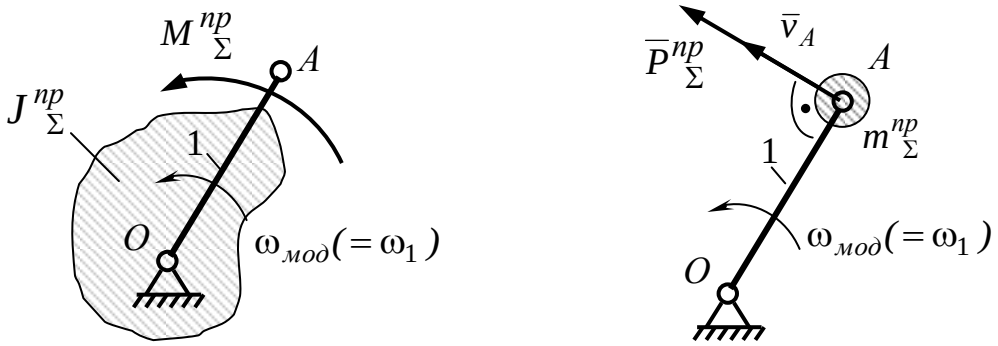


Рисунок 3.15 − Два вида одномассовой динамической модели машины

После построения динамической модели машины задача исследования её движения сводится к определению закона движения модели.

3.16. Приведение сил в механизмах

Одним из критериев оценки действия силы является её элементарная работа или мощность. Поэтому ***суммарная приведенная нагрузка (момент*** M_{Σ}^{np} ***или сила*** $\overline{P}_{\Sigma}^{np}$***) вычисляется из условия равенства (баланса) мощностей, развиваемых ею и всеми активными силами (***P_k***) и моментами (***M_k***), действующими на машину (или механизм)***, т.е.

$$N_{\Sigma np} = \sum N_{P_k} + \sum N_{M_k} .$$

Здесь мощности *k*-х сил и моментов вычисляются как

$$N_{P_k} = \overline{P_k} \cdot \overline{v_k} = P_k \cdot v_k \cdot cos(\alpha_k);$$

$$N_{M_k} = \pm M_k \cdot \omega_k,$$

где v_k – скорость точки приложения силы $\overline{P_k}$;

α_k – угол между векторами $\overline{P_k}$ и $\overline{v_k}$;

ω_k – угловая скорость звена приложения момента M_k.

Если допустить, что момент M_Σ^{np} ориентирован в сторону вращения звена приведения, а сила $\overline{P}_\Sigma^{np}$ сонаправлена со скоростью точки её приложения (рисунок 3.15), то мощности этих приведенных нагрузок равны:

$$N_{M_\Sigma^{np}} = M_\Sigma^{np} \cdot \omega_1;$$

$$N_{P_\Sigma^{np}} = \overline{P}_\Sigma^{np} \cdot \overline{v}_A = P_\Sigma^{np} \cdot v_A.$$

Подставив выражения мощностей в общее уравнение их баланса и преобразовав, получим расчетные формулы суммарных приведенных нагрузок:

$$P_\Sigma^{np} = \sum P_k \cdot \frac{v_k}{v_A} \cdot cos(\alpha_k) + \sum M_k \cdot \frac{\omega_k}{v_A};$$

$$M_\Sigma^{np} = \sum P_k \cdot \frac{v_k}{\omega_1} \cdot cos(\alpha_k) + \sum M_k \cdot \frac{\omega_k}{\omega_1}. \qquad (*)$$

Таким образом, ***суммарная приведенная сила машины (механизма)*** P_Σ^{np} *– это условная сила, приложенная в какой-либо точке звена приведения, мощность которой равна сумме мощностей всех активных сил и моментов, действующих на машину* (рисунок 3.15).

Аналогично ***суммарный приведенный момент машины (механизма)*** M_Σ^{np} *– условный момент, приложенный к звену приведения, мощность которого равна сумме мощностей всех активных сил и моментов машины.*

3.17. Приведение масс в механизмах

Одним из критериев интенсивности движения массивных объектов является их кинетическая энергия. Поэтому еще одним условием динамического подобия механизма и его модели является равенство (баланс) их кинетических энергий:

$$T_{мод} = T_{мех}.$$

Кинетическая энергия динамических моделей 1-го и 2-го видов (рисунок 3.15) выражается соответственно:

$$T_{мод} = \frac{J_\Sigma^{np} \cdot \omega_1^2}{2}; \qquad T_{мод} = \frac{m_\Sigma^{np} \cdot v_A^2}{2}.$$

Кинетическая энергия механизма находится как арифметическая сумма энергий всех его звеньев T_k. В плоских механизмах энергия любого из них

может быть выражена по общей формуле

$$T_k = \frac{m_k \cdot v_{Sk}^2}{2} + \frac{J_{Sk} \cdot \omega_k^2}{2},$$

где m_k − масса *k*-го звена механизма;

J_{Sk} − момент инерции *k*-го звена относительно его центра масс S_k;

v_{Sk} − скорость центра масс *k*-го звена;

ω_k − угловая скорость *k*-го звена.

Тогда суммарная кинетическая энергия механизма равна:

$$T_{мех} = \sum T_k = \sum \frac{m_k \cdot v_{Sk}^2}{2} + \sum \frac{J_{Sk} \cdot \omega_k^2}{2}.$$

Подставив эти выражения в уравнение энергетического баланса, после преобразований получим расчетные формулы суммарных приведенных инерционных параметров механизма:

$$m_\Sigma^{np} = \sum m_k \left(\frac{v_{Sk}}{v_A}\right)^2 + \sum J_{Sk} \left(\frac{\omega_k}{v_A}\right)^2,$$

$$J_\Sigma^{np} = \sum m_k \left(\frac{v_{Sk}}{\omega_1}\right)^2 + \sum J_{Sk} \left(\frac{\omega_k}{\omega_1}\right)^2. \qquad (**)$$

Таким образом, ***суммарная приведенная масса машины (механизма)*** m_Σ^{np} *– это условная масса, сосредоточенная в какой-либо точке звена приведения, кинетическая энергия которой равна суммарной кинетической энергии машины.*

Аналогично ***суммарный приведенный момент инерции машины (механизма)*** J_Σ^{np} *– это момент инерции условного тела на звене приведения, кинетическая энергия которого равна суммарной кинетической энергии машины.*

Анализируя выражения (*) и (**), отметим, что суммарные приведенные параметры машины (инерционные и силовые) в общем случае величины переменные, рассчитываемые для конкретного его положения. Они зависят от соотношений скоростей точек и звеньев (v_k, ω_k, v_1, ω_1), а не от их численных значений.

Из последнего заключения следует важный вывод.

Для расчета суммарных приведенных параметров машины не требуются конкретные значения параметров её движения. Необходима лишь информация, в каком соотношении друг с другом находятся скорости соответствующих точек и звеньев.

Эти соотношения удобно заменять их аналогами, например,

− соотношениями ***возможных перемещений*** точек и звеньев;

− соотношениями отрезков ***возможных планов скоростей*** (для рычажных механизмов);

− ***передаточными отношениями*** (для зубчатых механизмов).

Чтобы определить все эти аналоги, достаточно иметь информацию о размерах и взаимном расположении звеньев механизма. Поэтому ***задача приведения сил и масс в механизме (т.е. построение его динамической модели) может быть решена при наличии только его кинематической схемы.***

3.18. Уравнение движения машины

Заменим машину её упрощенной динамической моделью 1-го вида (см. рисунок 3.15 *а*). Применим к ней теорему об изменении кинетической энергии механической системы в конечном (интегральном) виде:

$$T - T_0 = \sum A_k ,$$

где T, T_0 − текущая и начальная кинетическая энергия системы;

$\sum A_k$ − суммарная работа сил, действующих на систему на участке движения.

Представим суммарный приведенный момент в виде разности двух составляющих: приведенного момента всех движущих сил механизма и сил его сопротивлений (рисунок 3.16):

$$M_{\Sigma}^{np} = M_{дв}^{np} - M_{c}^{np} .$$

Тогда, выразив кинетическую энергию модели, получим выражение, которое называют ***уравнением движения машины в энергетической (интегральной) форме***:

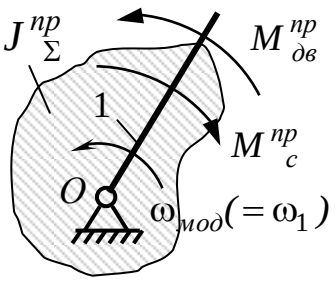


Рисунок 3.16 − Уточненная приведенная нагрузка динамической модели первого вида

$$\frac{J_{\Sigma}^{np} \cdot \omega^2}{2} - \frac{J_{\Sigma 0}^{np} \cdot \omega_0^2}{2} = A_{дв}^{np} - A_{c}^{np} = \Delta A . \quad (***)$$

Здесь J_{Σ}^{np}, $J_{\Sigma 0}^{np}$ − суммарные приведенные моменты инерции машины (текущий и начальный);

ω, ω_0 − текущая и начальная угловая скорость начального звена;

$A_{дв}^{np}$, A_{c}^{np}, ΔA − работы приведенных движущих сил механизма, сил сопротивлений и их разность (избыточная работа) на рассматриваемом перемещении. В общем случае вычисляются интегрированием:

$$A_{дв}^{np} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{дв}^{np} d\varphi ; \qquad A_{c}^{np} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{c}^{np} d\varphi ,$$

где φ, φ_0 − текущая и начальная угловые координаты начального звена.

С другой стороны, можно применить к модели теорему об изменении кинетической энергии в иной дифференциальной форме:

$$dT = d(\sum A_k) \qquad \text{или} \qquad d\left(\frac{J_\Sigma^{пр}\omega^2}{2}\right) = dA_{дв}^{пр} - dA_c^{пр}.$$

Продифференцируем это уравнение по углу поворота начального звена φ:

$$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{J_\Sigma^{пр}\omega^2}{2}\right) = \frac{dA_{дв}^{пр}}{d\varphi} - \frac{dA_c^{пр}}{d\varphi}.$$

Тогда, с учетом того, что элементарная работа момента равна

$dA = Md\varphi$,

после преобразований получим еще одну ***дифференциальную форму уравнения движения машины***:

$$J_\Sigma^{пр}\frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2}\cdot\frac{dJ_\Sigma^{пр}}{d\varphi} = M_{дв}^{пр} - M_c^{пр}. \qquad (****)$$

В частности, если $J_\Sigma^{пр} = const$ (что характерно, например, для зубчатых, ременных и других передач), уравнение движения такого механизма примет более простой вид:

$$J_\Sigma^{пр}\frac{d\omega}{dt} = M_{дв}^{пр} - M_c^{пр}.$$

В обоих уравнениях движения машины: интегральном (***) и дифференциальном (****), угловая скорость начального звена ω является искомым параметром, характеризующим закон его движения – $\omega = \omega(t)$.

ЛЕКЦИЯ № 9

1. Режимы движения машины.
2. Неравномерность хода при установившемся режиме движения.
3. Условия реализации различных режимов движения.
4. Причины неравномерности хода при установившемся режиме движения.
5. Снижение неравномерности хода при установившемся режиме движения.
6. Маховик: назначение, работа, конструктивные параметры.
7. Механический коэффициент полезного действия машины.

3.19. Режимы движения машины

Существует три режима (фазы), в которых может функционировать любая машина:

− ***разбег (разгон);***
− ***установившийся режим (стационарный);***
− ***выбег (торможение)***.

Эти режимы удобно представить в виде *графической зависимости угловой скорости начального звена машины от времени её работы*: $\omega = \omega(t)$ ***(тахограммы движения машины)***.

На рисунке 3.17 приведена тахограмма, характеризующая типичную работу многих технологических и энергетических машин (насосных установок, компрессоров, электрогенераторов и др.). Здесь полное время работы состоит из пуска машины (разбега), рабочего режима (установившегося движения) и остановки машины (выбега).

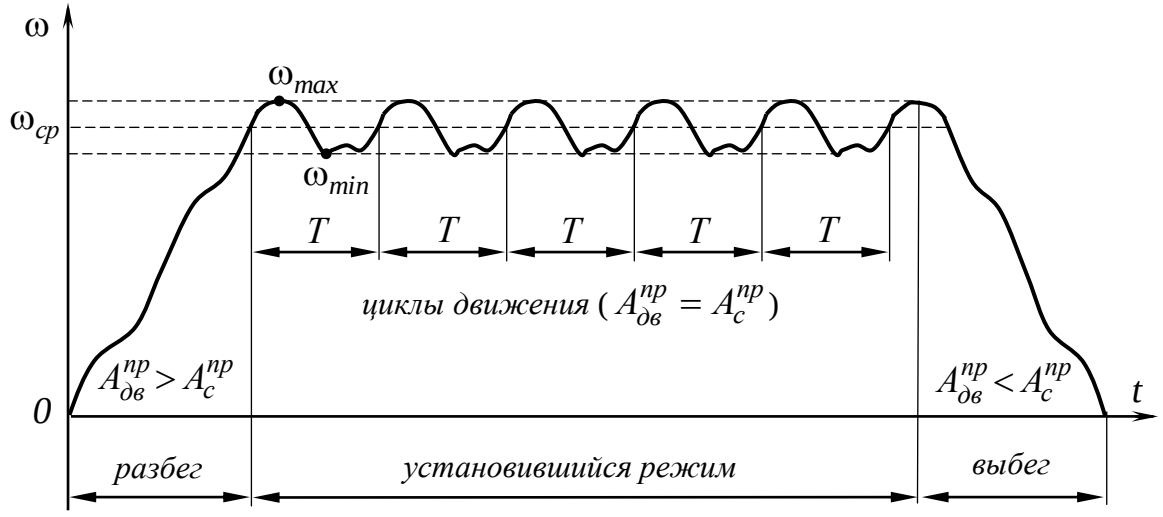


Рисунок 3.17 − Тахограмма движения технологической машины

Разбег характеризуется непрерывным ростом скорости вращения начального звена, а следовательно, увеличением кинетической энергии всей машины.

При выбеге, наоборот, угловая скорость непрерывно уменьшается и соответственно снижается кинетическая энергия машины.

Установившийся режим характеризуется периодическими изменениями угловой скорости начального звена относительно некоторого среднего значения $\omega_{ср}$, которое соответствует её номинальной скорости. В этом режиме эксплуатируется большинство технологических и энергетических машин. Фазы разбега и выбега для них являются вспомогательными кратковременными процессами.

Тем не менее, существуют машины, работа которых сопряжена с постоянно чередующимися фазами разгона и выбега, для которых установившийся режим также является кратковременным. Например, так иногда эксплуатируются автомобильные двигатели при так называемом «городском» цикле движения.

Установившийся режим можно разбить на ***циклы движения:*** *минимальные отрезки времени, по окончании которых положения, скорости и ускорения всех звеньев машины, изменяясь, принимают исходные значения.* Обычно цикл движения соответствует одному обороту начального звена.

3.20. Неравномерность хода при установившемся режиме движения

При установившемся режиме движения скорость вращения начального вала машины не постоянна, а непрерывно колеблется относительно нормируемого среднего значения. Неравномерность движения негативно влияет на работу машины. Она приводит:

− к нарушению технологического процесса, ухудшению его качества;

− к увеличению динамических нагрузок в кинематических парах, повышенному их износу и снижению ресурса машины;

− к дополнительным непроизводительным затратам энергии на привод машины и снижению ее экономичности.

Для оценки неравномерности вращения начального звена вводится специальный безразмерный параметр.

Коэффициент неравномерности хода (или ***плавности хода)*** − *характеризует наибольшее относительное отклонение угловой скорости начального звена машины от её среднего значения в течение цикла установившегося режима движения.*

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{ср}} \qquad \text{или} \qquad \delta = \frac{\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2}{2\omega_{ср}^2},$$

где ω_{max}, ω_{min} − максимальная и минимальная угловая скорость в течение цикла движения (рисунок 3.17);

$\omega_{ср} = \dfrac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$ − средняя (арифметическая) угловая скорость за цикл.

Для машин различной функциональности опытным путем были определены оптимальные значения этого коэффициента:

− сельскохозяйственные машины − 0,2…0,03;

− металлообрабатывающие станки − 0,05…0,02;

− насосы, компрессоры − 0,04…0,02;

− двигатели внутреннего сгорания − 0,0125…0,01;

− электродвигатели, генераторы − 0,01…0,003;

− авиационные турбины − 0,001.

Чем меньше коэффициент неравномерности хода, тем совершеннее конструкция машины в ряду ей подобных и выше качество выполняемого ею технологического процесса.

3.21. Условия реализации различных режимов движения

Анализируя режимы движения машины, воспользуемся уравнением ее движения в интегральной форме (***). При этом будем считать, что $J_{\Sigma}^{np} = const$ (что имеет место во многих механизмах, например, зубчатых передачах), либо меняется незначительно. Тогда уравнение примет вид

$$\frac{J_{\Sigma}^{np}}{2}\left(\omega^2 - \omega_0^2\right) = A_{дв}^{np} - A_c^{np}.$$

Режим разбега характеризуется непрерывным ростом угловой скорости начального звена (т.е. $\omega > \omega_0$) и соответственно увеличением кинетической энергии механизма. Причем при запуске машины имеем $\omega_0 = 0$ (рисунок 3.17). Тогда из последнего выражения следует:

$$A_{дв}^{np} - A_c^{np} > 0 \quad \text{или} \quad A_{дв}^{np} > A_c^{np}.$$

Таким образом, ***разбег машины происходит, если работа ее приведенных движущих сил ($P_{дв}^{np}$ либо $M_{дв}^{np}$) превышает работу приведенных сил сопротивлений (P_c^{np} или M_c^{np}).***

При фазе выбега наоборот, скорость начального звена непрерывно снижается (т.е. $\omega_0 > \omega$), а с ней уменьшается и кинетическая энергия машины, вплоть до полной ее остановки в конце работы ($\omega = 0$, рисунок 3.17). Тогда из уравнения движения машины следует:

$$A_{дв}^{np} - A_c^{np} < 0 \quad \text{или} \quad A_{дв}^{np} < A_c^{np}.$$

Режим выбега происходит, когда работа приведенных сил сопротивлений (M_c^{np} или P_c^{np}) превышает работу движущих сил ($M_{дв}^{np}$ или $P_{дв}^{np}$).

Установившийся режим состоит из циклов движения. Так как скорости начального звена в конце цикла и начале равны, $\omega = \omega_0$, то уравнение движения за каждый период имеет вид

$A_{дв}^{пр} - A_{с}^{пр} = 0$ или $A_{дв}^{пр} = A_{с}^{пр}$.

Последнее равенство называют ***основным энергетическим уравнением установившегося режима (или уравнением энергетического баланса)***.

Таким образом, ***установившийся режим движения машины будет обеспечен при условии равенства работ, совершаемых приведенными движущими силами и силами сопротивлений в течение каждого цикла.***

Однако внутри цикла это равенство работ не соблюдается. Очевидно, это может являться одной из причин колебаний угловой скорости начального звена. Поэтому в каждом цикле наблюдается постоянное чередование кратковременных фаз разбега – выбега (рисунок 3.17).

3.22. Причины неравномерности хода при установившемся режиме движения

Для выяснения причин периодического изменения скорости начального звена машины в установившемся режиме используем уравнение её движения в дифференциальной форме (****):

$$J_{\Sigma}^{пр}\frac{d\omega}{dt}+\frac{\omega^2}{2}\cdot\frac{dJ_{\Sigma}^{пр}}{d\varphi}=M_{дв}^{пр}-M_{с}^{пр}.$$

1. Допустим, что $J_{\Sigma}^{пр}=const$. Тогда $\frac{dJ_{\Sigma}^{пр}}{d\varphi}=0$ и уравнение движения примет вид

$$J_{\Sigma}^{пр}\frac{d\omega}{dt}=M_{дв}^{пр}-M_{с}^{пр}.$$

Будем считать, что угловая скорость начального звена не меняется, т.е. $\omega=const$. Тогда $\frac{d\omega}{dt}=0$, и в итоге получим

$M_{дв}^{пр}-M_{с}^{пр}=0$ или $M_{дв}^{пр}=M_{с}^{пр}$.

То есть, ***для обеспечения равномерного движения начального звена машины*** ($\omega=const$) ***необходимо, чтобы приведенные нагрузки − движущие и сопротивлений в любой момент были одинаковы***. И наоборот, если они не равны, то скорость вращения будет меняться.

Итак, ***одной из причин неравномерности хода машины в установившемся режиме является несовпадение законов изменения приведенных нагрузок − движущих и сопротивлений (т.е*** $M_{дв}^{пр}\neq M_{с}^{пр}$***).***

2. Теперь предположим, что $M_{дв}^{пр}=M_{с}^{пр}$ в любой момент цикла. Тогда дифференциальное уравнение движения машины примет следующий вид:

$$J_{\Sigma}^{пр}\frac{d\omega}{dt}+\frac{\omega^2}{2}\cdot\frac{dJ_{\Sigma}^{пр}}{d\varphi}=0.$$

Допустим, что угловая скорость неизменна ($\omega = const$). Тогда получим:

$$\frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ_{\Sigma}^{np}}{d\varphi} = 0.$$

Последнее выражение будет выполняться при условии, когда один из его множителей равен нулю. Поскольку $\omega \neq 0$, то $\frac{dJ_{\Sigma}^{np}}{d\varphi} = 0$, или $J_{\Sigma}^{np} = const$.

Таким образом, еще одним ***условием равномерности вращения начального звена машины является неизменность ее суммарной приведенной инертности***.

Вторая причина неравномерности хода машины в установившемся режиме ее движения заключается в изменении ее суммарной приведенной инертности (т.е. $J_{\Sigma}^{np} \neq const$**).** Очевидно, что если изменения J_{Σ}^{np} происходят по периодическому закону, то это приводит также к циклическим колебаниям скорости начального звена.

Помимо закономерных периодических изменений скорости в установившемся режиме могут иметь место и случайные её отклонения (на рисунке 3.17 не показаны). Они вызваны непредсказуемыми, вероятностными процессами, возникающими при эксплуатации машины. Эти процессы, в конечном итоге, также сводятся к двум общим причинам.

1. Случайные изменения полезной нагрузки машины, т.е. сил технологических или производственных сопротивлений, а следовательно, и приведенного момента этих сил − M_c^{np}.

Например, в процессе обработки почвы сельскохозяйственными машинами рельеф местности, состояние почвы могут изменяться случайным образом. В конечном итоге это влияет на частоту вращения коленчатого вала двигателя и приводит к нестабильности скоростного режима агрегата.

2. Внезапное включение в состав машины (или наоборот исключение) дополнительных масс. Это приводит к соответствующим колебаниям её суммарной приведенной инертности − J_{Σ}^{np}.

Такая ситуация возможна, например, при работе зерноуборочного комбайна. В соответствии с технологическим процессом подбора и обмолота зерновой массы, она добавляется к собственным инерционным свойствам машинного агрегата. Однако объем и плотность её могут произвольным образом меняться, что и приводит к случайным изменениям скорости вращения начального звена (коленчатого вала двигателя).

3.23. Снижение неравномерности хода при установившемся режиме движения

Случайные колебания скорости начального звена машины в установившемся режиме корректируют специальными устройствами − ***центро-***

бежными регуляторами. Их работа основана на автоматическом изменении мощности двигателя (за счет регулирования подачи топлива), а следовательно, приведенного движущего момента $M_{дв}^{пр}$, таким образом, чтобы он непрерывно адаптировался к случайным вариациям динамических процессов, протекающих при работе машины.

Анализируя возможности снижения периодических колебаний скорости, разложим суммарный приведенный момент инерции машины на две его составляющие − постоянную и переменную (рисунок 3.18):

$$J_{\Sigma}^{пр} = J_{I}^{пр} + J_{II}^{пр},$$

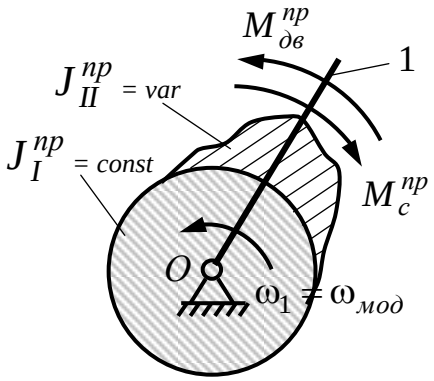


Рисунок 3.18 – Уточненная структура динамической модели первого вида

где $J_{I}^{пр} = const$ − приведенный момент инерции всех звеньев машины, связанных с начальным её звеном постоянным передаточным отношением (включая момент инерции и самого начального звена) − I группа звеньев;

$J_{II}^{пр} = various$ − приведенный момент инерции всех остальных звеньев машины (II группа звеньев).

Выразим наибольшие колебания кинетической энергии I группы звеньев в течение каждого цикла установившегося режима движения:

$$\Delta T_{I}^{наиб} = T_{I}^{max} - T_{I}^{min} = \frac{J_{I}^{пр}\omega_{max}^{2}}{2} - \frac{J_{I}^{пр}\omega_{min}^{2}}{2} = J_{I}^{пр}\left(\frac{\omega_{max}^{2} - \omega_{min}^{2}}{2}\right).$$

Здесь T_{I}^{max}, T_{I}^{min} − максимальное и минимальное значения кинетической энергии I группы звеньев машины в течение цикла и соответствующие им максимальная и минимальная угловые скорости её начального звена ω_{max}, ω_{min} (рисунок 3.17).

Введем в эту формулу одно из значений коэффициента неравномерности хода δ (глава 3.20). Тогда после преобразований получим еще одно выражение для δ:

$$\delta = \frac{\Delta T_{I}^{наиб}}{J_{I}^{пр}\omega_{ср}^{2}}.$$

Эту формулу называют ***уравнением динамического синтеза машины при установившемся режиме её движения***.

Из нее следует, что ***одним из способов уменьшения неравномерности хода машины (δ) является увеличение постоянной составляющей её суммарной приведенной инертности*** − $J_{I}^{пр}$.

Вторая её составляющая $J_{II}^{пр}$ − переменная. Как было показано ранее, она, наоборот, является одной из причин неравномерности хода.

Задача увеличения $J_I^{пр}$ на практике решается введением в состав машины дополнительной ***маховой массы − маховика***.

3.24. Маховик: назначение, работа, конструктивные параметры

Маховик *обеспечивает уменьшение колебаний угловой скорости начального звена машины при установившемся режиме ее движения.*

Маховик является аккумулятором механической (кинетической) энергии. Как любой иной аккумулятор он может работать в двух режимах: накапливания энергии (заряд) и ее отдачи (разряд).

Если на каком-то этапе движения машины работа ее приведенных движущих сил превышает работу сил сопротивлений ($A_{дв}^{пр} > A_c^{пр}$), то кинетическая энергия системы растет. Начальное звено вынуждено ускоряться. Вместе с ним происходит разгон маховика (заряд), для чего расходуется избыточная механическая энергия (ΔA). В результате увеличение угловой скорости начального звена ограничивается.

И, наоборот, на этапе движения машины, когда $A_{дв}^{пр} < A_c^{пр}$, маховик возвращает ей обратно накопленную энергию (разряд), не допуская снижения скорости начального звена ниже регламентируемых значений.

Выбор конструкции маховика обусловлен требованиями различного характера. С точки зрения технологичности изготовления и минимальной металлоемкости оптимальная форма маховика – это колесо с массивным ободом, соединенным со ступицей спицами либо облегченным диском. Доля момента инерции обода в таком случае может составлять до 90% от общего значения. Такая форма обеспечивает маховику максимальные инерционные свойства при заданной его массе m и ограниченных размерах.

Момент инерции маховика в приближенных расчетах можно определять как

$$J_м \approx \frac{mD^2}{4},$$

где D − средний диаметр обода.

Габариты маховика (т.е. D) ограничиваются требованиями к общим размерам машины и прочностью материала обода. Чтобы не допустить разрыва маховика центробежными силами инерции, окружные скорости точек обода не должны превышать предельно допустимых для данного материала значений. Например, для чугунных маховиков это 30…45 м/с, для стальных − 70…120 м/с.

Способность маховика аккумулировать энергию зависит и от его скоростного режима. Причем гораздо в большей степени, чем от инерционных свойств.

Если машина в своем составе имеет несколько валов, соединенных с начальным звеном постоянным передаточным отношением, то маховик рационально устанавливать на самом быстроходном из них. В этом случае необходимые для обеспечения плавности хода машины энергетические свойства будут обеспечены более легким и компактным маховиком.

Например, рассмотрим два варианта возможной установки маховика. Один − на валу начального 1-го звена, вращающегося со скоростью ω_1. Другой − на *k*-м звене, скорость которого выше, $\omega_k > \omega_1$. В обоих случаях маховик должен обладать одинаковыми энергетическими свойствами, т.е.

$$\frac{J_м \omega_1^2}{2} = \frac{J_м^k \omega_k^2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad J_м^k = J_м \left(\frac{\omega_1}{\omega_k} \right)^2 .$$

Здесь $J_м$, $J_м^k$ − моменты инерции маховика, устанавливаемого на 1-м или *k*-м звеньях.

Из полученного выражения следует, что ***момент инерции маховика можно изменять обратно пропорционально квадрату его угловой скорости.***

Отметим, что рассмотренную полезную функцию маховик реализует только в установившейся фазе движения. Увеличение суммарной приведенной инертности машины за счет маховика негативно влияет на протекание переходных её режимов. Увеличиваются время и энергетические затраты на разбег или выбег, т.е. в целом ухудшается динамика машины.

3.25. Механический коэффициент полезного действия машины

В течение установившегося режима работы машины энергия, подводимая к ней, в виде работы движущих сил $A_{дв}$ расходуется на совершение работ по преодолению сил:

− технологических (производственных) сопротивлений $A_{пс}$, определяющих функциональное назначение механизма;

− сопротивлений среды и трения в кинематических парах − $A_{тр}$.

Поэтому в течение каждого цикла имеет место энергетический баланс:

$A_{дв} = A_{пс} + A_{тр}$.

Механический коэффициент полезного действия (КПД) *− отношение работы, совершаемой силами полезных сопротивлений к работе движущих сил:*

$$\eta = \frac{A_{пс}}{A_{дв}} (\cdot 100\%).$$

Механический КПД показывает, какая доля подводимой к машине механической энергии расходуется на совершение полезной работы.

Коэффициент механических потерь *характеризует долю механической энергии, непроизводительно теряемой из-за трения, превращаясь в теплоту,*

$$\xi = \frac{A_{тр}}{A_{дв}}.$$

Между коэффициентом механических потерь и КПД существует взаимосвязь:

$$\eta + \xi = 1.$$

Так как энергетические потери на трение в той или иной степени неизбежны, то $\xi > 0$ и механический КПД существует в пределах

$$0 \le \eta < 1.$$

Если при работе машины не совершается полезная работа, например, снята полезная нагрузка, то силы полезного сопротивления отсутствуют. В таком случае вся подводимая энергия тратится непроизводительно, вхолостую, только на преодоление сил сопротивлений и трения. Такой режим эксплуатации машины называется ***холостым ходом***. При холостом ходе механический КПД равен нулю ($\eta = 0$).

Механический КПД является важной качественной характеристикой любой машины. Он характеризует совершенство её конструкции как преобразователя механической энергии при реализации заданных функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и машин. Анализ, синтез, расчет / Ю.Ф. Лачуга, А.М. Баусов, А.Н. Воскресенский, А.М. Абалихин. – М.: Бибком, Транслог, 2015. – 416 с.: ил.

2. Тимофеев Г.А. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для бакалавров / Г.А. Тимофеев. − 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2012. – 351 с.: ил.

3. Чмиль, В.П. Теория механизмов и машин: учебно-методическое пособие / В.П. Чмиль. – СПб.: Лань, 2012. – 288 с.: ил.

4. Теория механизмов и механика машин: учеб. для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов, Г.А. Тимофеев, В.А. Никоноров. − 4-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 496 с.: ил.

5. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. − 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1975. – 640 с.: ил.

6. Машков А.А. Теория механизмов и машин / А.А. Машков. – Минск: «Вышэйш. школа», 1971. – 471 с.: ил.

7. Кореняко А.С. Теория механизмов и машин / А.С. Кореняко. − 3-е изд., перераб. и доп. – Киев: Издательское объединение «Вища школа», 1976. – 444 с.: ил.

8. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин / С.Н. Кожевников. − 4-е изд., испр. – М.: Машиностроение, 1973. – 592 с.: ил.

9. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин: учебное пособие / Г.Г. Баранов. − 5-е изд., стереотип. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.: ил.

10. Лачуга Ю.Ф. Теоретическая механика / Ю.Ф. Лачуга, В.А. Ксендзов. − 2-е изд., перераб. и доп. – М.: КолосС, 2005. – 576 с.: ил.

11. Забродин В.П. Анализ и синтез зубчатых механизмов мобильных машин: учебное пособие / В.П. Забродин, М.В. Суханова. – Зерноград: ФГОУ ВПО АЧГАА, 2009. – 80 с.: ил.

12. Снежко А.В. Методические указания к выполнению курсовой работы по теории механизмов и машин: «Исследование плоского рычажного механизма с планетарной зубчатой передачей» / А.В. Снежко. – Зерноград: ФГБОУ ВПО АЧГАА, 2014. – 75 с.: ил.

13. Снежко А.В. Кинематическое исследование зубчатых передач: учебное пособие / А.В. Снежко. – Зерноград: ФГОУ ВПО АЧГАА, 2009. – 29 с. : ил.

14. Снежко А.В. Динамическое моделирование механизмов: учебное пособие / А.В. Снежко. – Зерноград: ФГБОУ ВПО АЧГАА, 2013. – 37 с.: ил.

15. Снежко А.В. Теория механизмов и машин. Курс лекций для бакалавров / А.В. Снежко. – Зерноград: Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ, 2019. – 160 с.

Учебное издание

Снежко Андрей Владимирович
кандидат технических наук, доцент

Бутенко Александр Федорович
кандидат технических наук, доцент

ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Краткий курс лекций для бакалавров

Учебное пособие

Редактор Н.П. Лучинкина
Верстка Н.В. Гвоздик
Художественный редактор С.П. Вдовикина

Подписано в печать 23.10.2023 г.
Формат 60×84/16. Усл. п. л. 5,9. Тираж 25 экз. Заказ № 3.

Отдел информационных технологий и издательской деятельности
Азово-Черноморского инженерного института
ФГБОУ ВО Донской ГАУ
347740, г. Зерноград Ростовской области, ул. Советская, 15.